泉州七中 2020-2021 学年度上学期高二年数学周练（十一）

命题人：饶真平　彭耿铃　20201206

一、选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

1. 等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$a_1=2$，$S_3=12$，则$a_6=$（　　）

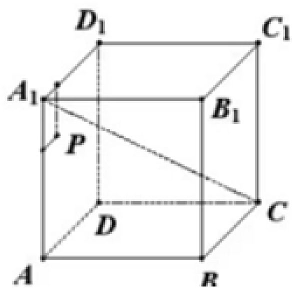
A. 8　　B. 10　　C. 12　　D. 14

2. 设数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=n^2+1$．则a_8的值为（　　）

A. 65　　B. 16　　C. 15　　D. 14

3. 设等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$a_3+a_9=a_4+4$，则$S_{15}=$（　　）

A. 45　　B. 50　　C. 60　　D. 80



4. 在棱长为10的正方体．$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，P为左侧面ADD_1A_1上一点，已知点P到A_1D_1的距离为3，点P到AA_1的距离为2，则过点P且与A_1C平行的直线交正方体于P,Q两点，则Q点所在的平面是（　　）

A. AA_1B_1B　　B. BB_1C_1C　　C. CC_1D_1D　　D. $ABCD$

5. 在等差数列$\{a_n\}$中，$a_1=-9$，$a_3=-1$．记$T_n=a_1a_2\cdots a_n(n=1,2,\cdots)$,，则数列$\{T_n\}$（　　）

A. 有最大项，有最小项　　B. 有最大项，无最小项

C. 无最大项，有最小项　　D. 无最大项，无最小项

6. 已知双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,b>0)$的左、右焦点分别为$F_1,F_2$，圆$x^2+y^2=a^2+b^2$与双曲线在第一象限和第三象限的交点分别为$A,B$，四边形$AF_2BF_1$的周长$p$与面积$S$满足$p=4\sqrt{2S}$，则该双曲线的离心率为（　　）

A. $\sqrt{3}$　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$　　D. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

7. 有一个三人报数游戏：首先A报数字1，然后B报两个数字$2,3$，接下来C报三个数字$4,5,6$，然后轮到A报四个数字$7,8,9,10$，依次循环，直到报出10000，则A报出的第2020个数字为（　　）

A. 5979　　B. 5980　　C. 5981　　D. 以上都不对

8. 数列$\{a_n\}$中，$a_1=\dfrac{5}{6}$，$a_{n+1}=\dfrac{(5n+10)a_n}{(n^2+5n+6)a_n+5n+15}$，则$a_{99}=$（　　）

A. $\dfrac{1}{2019}$　　B. $\dfrac{2018}{2019}$　　C. $\dfrac{1}{2020}$　　D. $\dfrac{2019}{2020}$

二、选择题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 3 分.）

9. 已知函数$f(x)=\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)$，则下列结论正确的是（　　）

A. $f(x)$的最小正周期为π　　B. $f(x)$的图象关于直线$x=-\dfrac{7}{6}\pi$对称

C. $f(x)$在$\left(-\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{6}\right)$单调递增　　D. $y=f(x)+f\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$的最小值为$-\sqrt{2}$

10. 给出下列四个关于圆锥曲线的命题，真命题的有（　　）

A. 设 A,B 为两个定点，k 为非零常数，$||PA|-|PB||=|k|$，则动点 P 的轨迹为双曲线

B. 过定圆 C 上一定点 A 作圆的动弦 AB，则弦 AB 的中点 P 的轨迹为椭圆

C. 方程 $2x^2-5x+2=0$ 的两根可分别作为椭圆和双曲线的离心率

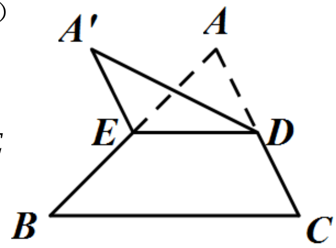
D. 双曲线 $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{9}=1$ 与椭圆 $\frac{x^2}{35}+y^2=1$ 有相同的焦点

11. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $a_1>0$，$2a_5+a_{11}=0$，则（　　）

A. $a_8<0$　　　　B. 当且仅当 $n=7$ 时，S_n 取得最大值

C. $S_4=S_9$　　　　D. 满足 $S_n>0$ 的 n 的最大值为 12

12. 已知边长为 2 的等边 $\triangle ABC$，点 D、E 分别是边 AC、AB 上的点，满足 $DE//BC$ 且 $\frac{AD}{AC}=\lambda$（$\lambda\in(0,1)$），将 $\triangle ADE$ 沿直线 DE 折到 $\triangle A'DE$ 的位置，在翻折过程中，下列结论成立的是（　　）



A. 在边 $A'E$ 上存在点 F，使得在翻折过程中，满足 $BF//$ 平面 $A'CD$

B. 存在 $\lambda\in\left(0,\frac{1}{2}\right)$，使得在翻折过程中的某个位置，满足平面 $A'BC\perp$ 平面 $BCDE$

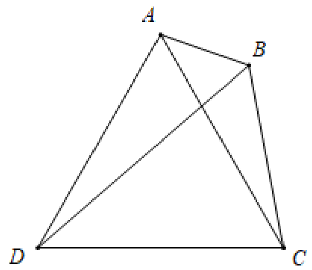
C. 若 $\lambda=\frac{1}{2}$，当二面角 $A'-DE-B$ 等于 60° 时，$|A'B|=\frac{\sqrt{7}}{2}$

D. 在翻折过程中，四棱锥 $A'-BCDE$ 体积的最大值记为 $f(\lambda)$，$f(\lambda)$ 的最大值为 $\frac{2\sqrt{3}}{9}$

三、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，若有两空，则第一空 2 分，第二空 3 分.）

13. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $S_8=18$，$S_{16}=42$，则 $S_{32}=$______.

14. 将数列 $\{2n-1\}$ 与 $\{3n-2\}$ 的公共项从小到大排列得到数列 $\{a_n\}$，则 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为_______.



15. 如图所示，四边形 $ABCD$ 中，$AC=AD=CD=1$，$\angle ABC=120°$，$\sin\angle BAC=\frac{5\sqrt{3}}{14}$，则 $BC=$_____；$BD=$_____.

16. 已知 F 为双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右焦点，A 为 C 的右顶点，B 为 C 上的点，且 BF 垂直于 x 轴.若 AB 的斜率为 3，则 C 的离心率为____________.

四、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出必要文字说明、证明过程或演算步骤．第 17 小题满分 10 分，其他小题满分 12 分．）

17.（本小题满分 10 分）设 a_1,d 为实数，首项为 a_1，公差为 d 的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，满足 $S_5S_6+15=0$．

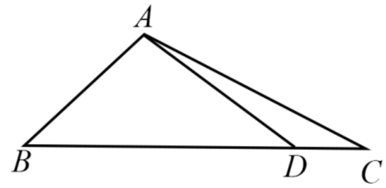
（Ⅰ）若 $S_5=5$，求 S_6 及 a_1；

（Ⅱ）求 d 的取值范围．

18.（本小题满分 12 分）在 $\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，已知 $a=3$，$c=\sqrt{2}$，$B=45^\circ$．

（Ⅰ）求 $\sin C$ 的值；

（Ⅱ）在边 BC 上取一点 D，使得 $\cos\angle ADC=-\frac{4}{5}$，求 $\tan\angle DAC$ 的值．



19.（本小题满分 12 分）已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$a_1=1$，$a_n\neq 0$，$a_na_{n+1}=\lambda S_n-1$，其中 λ 为常数．

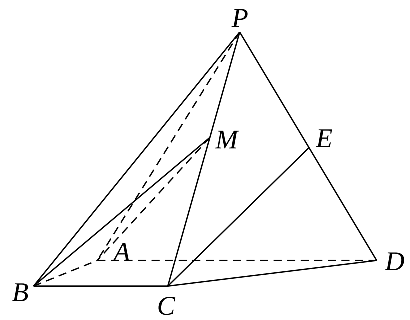
（Ⅰ）证明：$a_{n+2}-a_n=\lambda$；

（Ⅱ）是否存在 λ，使得 $\{a_n\}$ 为等差数列？并说明理由．

20.（本小题满分 12 分）如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中，侧面 PAD 为等边三角形且垂直于底面三角形 $ABCD$，$AB=BC=\frac{1}{2}AD$，$\angle BAD=\angle ABC=90^\circ$，$E$ 是 PD 的中点．

（Ⅰ）证明：直线 CE // 平面 PAB；

（Ⅱ）点 M 在棱 PC 上，且直线 BM 与底面 $ABCD$ 所成角为 45°，求二面角 $M-AB-D$ 的余弦值．



21.（本小题满分 12 分）已知数列$\left\{a_n\right\}$的各项均为正数，其前n项和为S_n，且$a_n+\dfrac{1}{2}=\sqrt{2S_n+\dfrac{1}{4}}$，$n\in\mathbf{N}^*$.

（Ⅰ）求数列$\left\{a_n\right\}$的通项公式；

（Ⅱ）记$b_n=\dfrac{a_{2n+1}}{a_{2n-1}}+\dfrac{a_{2n-1}}{a_{2n+1}}(n\in N^*)$，数列$\left\{b_n\right\}$的前$n$项和为$T_n$. 若对任意正整数$n$，都有$T_n\geq 2n+m$，求实数$m$的取值范围.

22.（本小题满分 12 分）已知椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的一个顶点为$A(0,-3)$，右焦点为$F$，且$|OA|=|OF|$，其中$O$为原点.

（Ⅰ）求椭圆　方程；

（Ⅱ）已知点C满足$3\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OF}$，点$B$在椭圆上（$B$异于椭圆的顶点），直线$AB$与以$C$为圆心的圆相切于点$P$，且$P$为线段$AB$的中点. 求直线$AB$的方程.

泉州七中2020-2021学年度上学期高二年数学周练（十一）参考答案

一、选择题（本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

1-4：CCCD　5-8：BCBC

6. 【解析】由双曲线的定义可知$|AF_1|-|AF_2|=2a$，又$|OA|=|OB|$，$|OF_1|=|OF_2|$，

可知四边形AF_2BF_1是平行四边形，所以$|AF_1|+|AF_2|=\dfrac{p}{2}$，联立解得$|AF_1|=a+\dfrac{p}{4}$，$|AF_2|=\dfrac{p}{4}-a$，

又线段F_1F_2为圆的直径，由双曲线的对称性可知四边形AF_2BF_1为矩形，

所以四边形AF_2BF_1的面积$S=|AF_1|\cdot|AF_2|=\dfrac{p^2}{16}-a^2$，

又$p=4\sqrt{2S}$，所以$p^2=32S$，即$p^2=32\left(\dfrac{p^2}{16}-a^2\right)$，解得$p^2=32a^2$，

由$|AF_1|^2+|AF_2|^2=|F_1F_2|^2$，得$2a^2+\dfrac{p^2}{8}=4c^2$，即$3a^2=2c^2$，即$e=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

7. 【解析】由题可得A第n $(n\in\mathbf{N}^*)$次报数的个数为$3n-2$，

则A第n次报完数后总共报数的个数为$T_n=\dfrac{n[1+(3n-2)]}{2}=\dfrac{n(3n-1)}{2}$，

再代入正整数n，使$T_n\ge 2020$，n的最小值为37，得$T_{37}=2035$，

而A第37次报时，3人总共报数为$36\times3+1=109$次，

当A第109次报完数3人总的报数个数为$S_m=1+2+3+\cdots+109=\dfrac{109(109+1)}{2}=5995$，

即A报出的第2035个数字为5995，故A报出的第2020个数字为5980.

8. 【解析】由$a_{n+1}=\dfrac{(5n+10)a_n}{(n^2+5n+6)a_n+5n+15}=\dfrac{5(n+2)a_n}{(n+3)\left[(n+2)a_n+5\right]}$，

故$(n+3)a_{n+1}=\dfrac{5(n+2)a_n}{(n+2)a_n+5}$，记$b_n=(n+2)a_n$，则$b_{n+1}=\dfrac{5b_n}{b_n+5}$，

两边取倒数，得$\dfrac{1}{b_{n+1}}=\dfrac{1}{b_n}+\dfrac{1}{5}$，所以$\left\{\dfrac{1}{b_n}\right\}$是以$\dfrac{1}{5}$为公差的等差数列，又$\dfrac{1}{b_1}=\dfrac{1}{3a_n}=\dfrac{2}{5}$，

所以$\dfrac{1}{b_n}=\dfrac{2}{5}+\dfrac{1}{5}(n-1)=\dfrac{n+1}{5}$，所以$a_n=\dfrac{b_n}{(n+2)}=\dfrac{5}{(n+2)(n+1)}$，

故$a_{99}=\dfrac{5}{(99+2)(99+1)}=\dfrac{5}{101\times100}=\dfrac{1}{2020}$.

二、选择题（本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，有选错的得0分，部分选对的得3分.）

9.ABD　10.CD　11.ACD　12.CD

12. 【解析】对于A，连接AA'，$A'B$，$A'C$，显然平面$A'BE\cap$平面$A'CD=AA'$，

若$A'E$上存在点F使得$BF//A'CD$，则$BF//AA'$，显然BF与AA'为相交直线，矛盾，故A错误；

对于B，设BC中点M，DE中点O，由等边三角形性质可知$DE\perp AO$，$DE\perp A'O$，

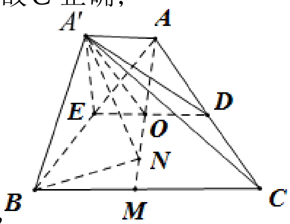
若平面$A'BC\perp$平面$BCDE$，则A'在底面$BCDE$上的射影为M，于是$A'O>OM$，

$\therefore\lambda>\dfrac{1}{2}$，与$\lambda\in(0,\dfrac{1}{2})$矛盾，故$B$错误；

对于C，若$\lambda=\dfrac{1}{2}$，二面角$A'-DE-B$等于$60°$，则$OA'=OM=\dfrac{1}{2}AM=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

设 A' 在底面 $BCDE$ 上的射影为 N，则 $A'N=OA'\sin 60°=\frac{3}{4}$，$ON=OA'\cos 60°=\frac{\sqrt{3}}{4}$，

$\therefore MN=\frac{\sqrt{3}}{4}$，$BN=\sqrt{MN^2+BM^2}=\frac{\sqrt{19}}{4}$，$\therefore |AB'|=\sqrt{BN^2+A'N^2}=\frac{\sqrt{7}}{2}$，故 C 正确；



对于 D，$\because \frac{AO}{AM}=\frac{AD}{AC}=\frac{DE}{BC}=\lambda$，$\therefore DE=2\lambda$，$OA'=OA=\sqrt{3}\lambda$，

$\therefore S_{梯形BCDE}=\frac{1}{2}\times 2\times\sqrt{3}-\frac{1}{2}\times 2\lambda\times\sqrt{3}\lambda=\sqrt{3}\left(1-\lambda^2\right)$，

显然在翻折过程中，当平面 $A'DE\perp$ 平面 $BCDE$ 时，四棱锥的体积最大，

故 $f(\lambda)=\frac{1}{3}\times\sqrt{3}(1-\lambda^2)\times\sqrt{3}\lambda=\lambda-\lambda^3$，$f'(\lambda)=1-3\lambda^2$，令 $f'(\lambda)=0$ 可得 $\lambda=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

当 $0<\lambda<\frac{\sqrt{3}}{3}$ 时，$f'(\lambda)>0$，当 $\frac{\sqrt{3}}{3}<\lambda<1$ 时，$f'(\lambda)<0$，

$\therefore$ 当 $\lambda=\frac{\sqrt{3}}{3}$ 时，$f(\lambda)$ 取得最大值 $f(\frac{\sqrt{3}}{3})=\frac{2\sqrt{3}}{9}$，故 D 正确.

三、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，若有两空，则第一空 2 分，第二空 3 分.）

13. 108　14. $3n^2-2n$　15. $\frac{5}{7}$；$\frac{8}{7}$　16. 2

四、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出必要文字说明、证明过程或演算步骤．第 17 小题满分 10 分，其他小题满分 12 分）

17.（本小题满分 10 分）

解：（Ⅰ）由题意知 $S_6=\frac{-15}{S_5}=-3$，$a_6=S_6-S_5=-8$ ……………… 2 分

所以 $\begin{cases}5a_1+10d=5,\\ a_1+5d=-8.\end{cases}$ 解得 $a_1=7$，所以 $S_6=-3$，$a_1=7$． ……………… 5 分

（Ⅱ）因为 $S_5S_6+15=0$，所以 $(5a_1+10d)(6a_1+15d)+15=0$， ……………… 7 分

即 $2a_1^2+9a_1d+10d^2+1=0$，故 $(4a_1+9d)^2=d^2-8$．所以 $d^2\geq 8$． ……………… 9 分

故 d 的取值范围为 $d\leq -2\sqrt{2}$ 或 $d\geq 2\sqrt{2}$． ……………… 10 分

18.（本小题满分 12 分）

解：（Ⅰ）由余弦定理得 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B=9+2-2\times 3\times\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=5$，所以 $b=\sqrt{5}$． ……………… 3 分

由正弦定理得 $\frac{c}{\sin C}=\frac{b}{\sin B}\Rightarrow \sin C=\frac{c\sin B}{b}=\frac{\sqrt{5}}{5}$． ……………… 6 分

（Ⅱ）由于 $\cos\angle ADC=-\frac{4}{5}$，$\angle ADC\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$，所以 $\sin\angle ADC=\sqrt{1-\cos^2\angle ADC}=\frac{3}{5}$． ……………… 7 分

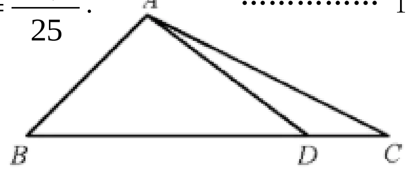
由于 $\angle ADC\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$，所以 $C\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，所以 $\cos C=\sqrt{1-\sin^2 C}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ……………… 8 分

所以 $\sin\angle DAC=\sin\left(\pi-\angle DAC\right)=\sin\left(\angle ADC+\angle C\right)$

$=\sin\angle ADC\cdot\cos C+\cos\angle ADC\cdot\sin C=\frac{3}{5}\times\frac{2\sqrt{5}}{5}+\left(-\frac{4}{5}\right)\times\frac{\sqrt{5}}{5}=\frac{2\sqrt{5}}{25}$． ……………… 10 分

由于 $\angle DAC\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，所以 $\cos\angle DAC=\sqrt{1-\sin^2\angle DAC}=\frac{11\sqrt{5}}{25}$． ……………… 11 分

所以 $\tan\angle DAC=\frac{\sin\angle DAC}{\cos\angle DAC}=\frac{2}{11}$． ……………… 12 分



19.（本小题满分 12 分）

解：（Ⅰ）由题设，$a_n a_{n+1}=\lambda S_n-1, a_{n+1}a_{n+2}=\lambda S_{n+1}-1.$ ……………… 2 分

两式相减得 $a_{n+1}(a_{n+2}-a)=\lambda a_{n+1}.$ ……………… 4 分

由于 $a_{n+1}\neq 0$，所以 $a_{n+2}-a_n=\lambda.$ ……………… 5 分

（Ⅱ）由题设，$a_1=1$，$a_1a_2=\lambda S_1-1$，可得 $a_2=\lambda-1.$ ……………… 6 分

由（Ⅰ）知，$a_3=\lambda+1.$ 令 $2a_2=a_1+a_3$，解得 $\lambda=4.$ 故 $a_{n+2}-a_n=4$，……………… 8 分

由此可得 $\{a_{2n-1}\}$ 是首项为1，公差为 4 的等差数列，$a_{2n-1}=4n-3$；

$\{a_{2n}\}$ 是首项为 3，公差为 4 的等差数列，$a_{2n}=4n-1.$ ……………… 10 分

所以 $a_n=2n-1$，$a_{n-1}-a_n=2$.

因此存在 $\lambda=4$，使得数列 $\{a_n\}$ 为等差数列 ……………… 12 分

20.（本小题满分 12 分）

解：（Ⅰ）取 PA 的中点 F，连结 EF，BF．因为 E 是 PD 的中点，所以 $EF\,//\,AD$，$EF=\dfrac{1}{2}AD$． … 1 分

由 $\angle BAD=\angle ABC=90^\circ$ 得 $BC\,//\,AD$，

又 $BC=\dfrac{1}{2}AD$，所以 $EF \underline{\underline{//}} BC$，四边形 $BCEF$ 是平行四边形，$CE\,//\,BF$，……………… 3 分

又 $BF\subset$ 平面 PAB，$CE\not\subset$ 平面 PAB，故 $CE\,//$ 平面 PAB． ……………… 5 分

（Ⅱ）由已知得 $BA\perp AD$，以 A 为坐标原点，$\overrightarrow{AB}$ 的方向为 x 轴正方向，$|\overrightarrow{AB}|$ 为单位长，建立如图的空间直角坐标系 $A-xyz$，则 $A(0,0,0)$，$B(1,0,0)$，$C(1,1,0)$，$P(0,1,\sqrt{3})$， ……………… 6 分

$\overrightarrow{PC}=(1,0,-\sqrt{3})$，$\overrightarrow{AB}=(1,0,0)$．

设 $M(x,y,z)\ (0<x<1)$，则 $\overrightarrow{BM}=(x-1,y,z)$，$\overrightarrow{PM}=(x,y-1,z-\sqrt{3})$．

因为 BM 与底面 $ABCD$ 所成的角为 45°，

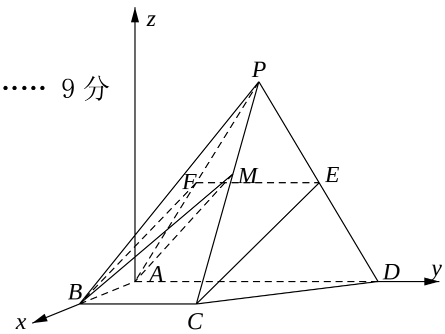
而 $\vec{n}=(0,0,1)$ 是底面 $ABCD$ 的法向量，

所以 $|\cos<\overrightarrow{BM},\vec{n}>|=\sin 45^\circ$ 即 $\dfrac{|z|}{\sqrt{(x-1)^2+y^2+z^2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

即 $(x-1)^2+y^2-z^2=0$． ① ……………… 7 分

又 M 在棱 PC 上，设 $\overrightarrow{PM}=\lambda\overrightarrow{PC}$，则 $x=\lambda$，$y=1$，$z=\sqrt{3}-\sqrt{3}\lambda$． ② ……………… 8 分

由①，②解得 $\begin{cases}x=1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\\ y=1\\ z=-\dfrac{\sqrt{6}}{2}\end{cases}$（舍去），$\begin{cases}x=1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\\ y=1\\ z=\dfrac{\sqrt{6}}{2}\end{cases}$ ……………… 9 分



所以 $M(1-\dfrac{\sqrt{2}}{2},1,\dfrac{\sqrt{6}}{2})$，从而 $\overrightarrow{AM}=(1-\dfrac{\sqrt{2}}{2},1,\dfrac{\sqrt{6}}{2})$．

设 $\vec{m}=(x_0,y_0,z_0)$ 是平面 ABM 的法向量，

则 $\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{AM}=0\\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{AB}=0\end{cases}$，即 $\begin{cases}(2-\sqrt{2})x_0+2y_0+\sqrt{6}z_0=0\\ x_0=0\end{cases}$，取 $\vec{m}=(0,-\sqrt{6},2)$，……………… 11 分

于是 $\cos<\vec{m},\vec{n}>=\dfrac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}||\vec{n}|}=\dfrac{\sqrt{10}}{5}$．

因此二面角 $M-AB-D$ 的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$． ……………… 12 分

21.（本小题满分 12 分）

解：（Ⅰ）$a_n+\frac{1}{2}=\sqrt{2S_n+\frac{1}{4}}$ 可化简为 $2S_n=a_n^2+a_n$ ① ……………… 1 分

当 $n=1$ 时，解得 $a_1=1$． ……………… 2 分

当 $n\geq 2$ 时，$2S_{n-1}=a_{n-1}^2+a_n-a_{n-1}$ ②

①-②，则 $2a_n=a_n^2-a_{n-1}^2+a_n-a_{n-1}$，化简可得 $(a_n+a_{n-1})(a_n-a_{n-1}-1)=0$ ……………… 4 分

由于 $a_n>0$，则 $a_n-a_{n-1}=1(n\geq 2)$，

即数列 $\{a_n\}$ 是首项为 1，公差为 1 的等差数列，$a_n=n$． ……………… 6 分

（Ⅱ）$b_n=\frac{2n+1}{2n-1}+\frac{2n-1}{2n+1}=2+\frac{2}{2n-1}-\frac{2}{2n+1}=2+2(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1})$ ……………… 8 分

从而 $T_n=2n+2(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1})=2n+2-\frac{2}{2n+1}$． ……………… 10 分

由于 $2n+2-\frac{2}{2n+1}\geq 2n+m$ 对任意正整数 n 都成立，则 $m\leq\frac{4}{3}$． ……………… 12 分

22.（本小题满分 12 分）

解：（Ⅰ）$\because$ 椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$ 的一个顶点为 $A\left(0,-3\right)$，$\therefore b=3$， ……………… 1 分

由 $|OA|=|OF|$，得 $c=b=3$，又由 $a^2=b^2+c^2$，得 $a^2=3^2+3^2=18$， ……………… 3 分

所以，椭圆的方程为 $\frac{x^2}{18}+\frac{y^2}{9}=1$ ……………… 4 分

（Ⅱ）$\because$ 直线 AB 与以 C 为圆心的圆相切于点 P，所以 $CP\perp AB$， ……………… 5 分

根据题意可知，直线 AB 和直线 CP 的斜率均存在，

设直线 AB 的斜率为 k，则直线 AB 的方程为 $y+3=kx$，即 $y=kx-3$，

$\begin{cases} y=kx-3 \\ \frac{x^2}{18}+\frac{y^2}{9}=1 \end{cases}$，消去 y，可得 $\left(2k^2+1\right)x^2-12kx=0$，解得 $x=0$ 或 $x=\frac{12k}{2k^2+1}$．

将 $x=\frac{12k}{2k^2+1}$ 代入 $y=kx-3$，得 $y=k\cdot\frac{12k}{2k^2+1}-3=\frac{6k^2-3}{2k^2+1}$，

所以，点 B 的坐标为 $\left(\frac{12k}{2k^2+1},\frac{6k^2-3}{2k^2+1}\right)$， ……………… 7 分

由 P 为 AB 中点，及点 A 为 $\left(0,-3\right)$，所以点 P 的坐标为 $\left(\frac{6k}{2k^2+1},\frac{-3}{2k^2+1}\right)$， ……………… 8 分

由 $3\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OF}$，得点 C 的坐标为 $\left(1,0\right)$， ……………… 9 分

所以，直线 CP 的斜率为 $k_{CP}=\frac{\frac{-3}{2k^2+1}-0}{\frac{6k}{2k^2+1}-1}=\frac{3}{2k^2-6k+1}$， ……………… 10 分

又因为 $CP\perp AB$，所以 $k\cdot\frac{3}{2k^2-6k+1}=-1$，整理得 $2k^2-3k+1=0$，

解得 $k=\frac{1}{2}$ 或 $k=1$． ……………… 11 分

所以，直线 AB 的方程为 $y=\frac{1}{2}x-3$ 或 $y=x-3$． ……………… 12 分