泉州七中 2020-2021 学年度上学期高二年数学周练（十三）

命题人：杜成北　曹东方　20201219

一、选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

1. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}=1-\dfrac{1}{a_n}\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$，且$a_1=2$，则$a_{2017}=$（　　）

A. -1　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. $\dfrac{3}{2}$　　D. 2

2. 等差数列$\{a_n\}$中，$a_5+a_{10}+a_{15}=30$，则$a_{22}-2a_{16}$的值为（　　）

A. -10　　B. -20　　C. 10　　D. 20

3. 古代数学名著《九章算术》有如下问题："今有女子善织，日自倍，五日织五尺，问日织几何？"意思是：一女子善于织布，每天织的布是前一天的2倍，已知她5天共织布5尺，问该女子每天分别织布多少？由此条件，若织布的总尺数不少于20尺，该女子需要的天数至少为（　　）

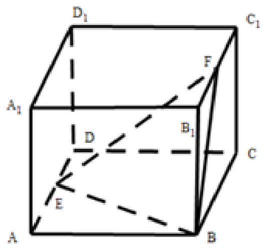
A. 6　　B. 7　　C. 8　　D. 9

4. 在$\triangle ABC$中，角A,B,C的对边分别为a,b,c，若角A,B,C成等差数列，且直线$ax+cy-12=0$平分圆$x^2+y^2-4x-6y=0$的周长，则$\triangle ABC$的面积的最大值为（　　）

A. $3\sqrt{3}$　　B. $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$　　C. $\dfrac{3}{2}$　　D. $\sqrt{3}$

5. 已知函数$f(x)=\begin{cases}(3-a)x-7, x\le 8\\ a^{x-8}, x>8\end{cases}$，若数列$\{a_n\}$满足$a_n=f(n)\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$，且$\{a_n\}$是递增数列，则实数$a$的取值范围是（　　）

A. $\left(\dfrac{17}{9},3\right)$　　B. $\left[\dfrac{17}{9},3\right)$　　C. $(1,3)$　　D. $[2,3)$



6. 如图，已知正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为1，E,F分别是棱AD,B_1C_1上的中点. 若点P为侧面正方形ADD_1A_1内（含边）动点，且存在$x,y\in\mathbf{R}$，使$\overrightarrow{B_1P}=x\overrightarrow{BE}+y\overrightarrow{BF}$成立，则点$P$的轨迹长度为（　　）

A. $\dfrac{1}{2}$　　B. 1　　C. $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　D. $\dfrac{\pi}{2}$

7. 已知点E是抛物线$C:y^2=2px(p>0)$的对称轴与准线的交点，点F为抛物线C的焦点，点P在抛物线C上. 在ΔEFP中，若$\sin\angle EFP=\mu\cdot\sin\angle FEP$，则$\mu$的最大值为（　　）

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{3}$

8. 已知数列$\{a_n\}$满足$3a_{n+1}+a_n=4(n\ge 1)$，且$a_1=9$，其前n项之和为S_n，则满足不等式$\left|S_n-n-6\right|<\dfrac{1}{125}$的最小整数$n$是（　　）

A. 8　　B. 7　　C. 6　　D. 5

二、选择题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 3 分.）

9. 已知等比数列$\{a_n\}$公比为q，前n项和为S_n，且满足$a_6=8a_3$，则下列说法正确的是（　　）

A. $\{a_n\}$为单调递增数列　　B. $\dfrac{S_6}{S_3}=9$

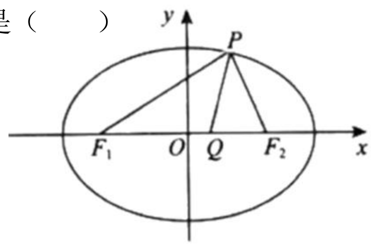
C. S_3，S_6，S_9成等比数列　　D. $S_n=2a_n-a_1$

10. 等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$a_1>0$，公差$d\neq 0$，则（　　）

A．若$S_5>S_9$，则$S_{15}>0$　　B．若$S_5=S_9$，则S_7是S_n中最大的项

C．若$S_6>S_7$，　则$S_7>S_8$　　D．若$S_6>S_7$则$S_5>S_6$．

11. 如图已知F_1，F_2分别是椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点，点$P$是该椭圆在第一象限内的点，$\angle F_1PF_2$的角平分线交$x$轴于$Q$点，且满足$\overrightarrow{OF_2}=4\overrightarrow{OQ}$，则椭圆的离心率$e$可能是（　　）



A．$\dfrac{1}{8}$　　B．$\dfrac{1}{4}$　　C．$\dfrac{1}{2}$　　D．$\dfrac{3}{4}$

12. 将n^2个数排成n行n列的一个数阵，如下图：

$$\begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots\cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots\cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots\cdots & a_{3n} \\ \cdots\cdots & & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots\cdots & a_{nn} \end{matrix}$$

该数阵第一列的n个数从上到下构成以m为公差的等差数列，每一行的n个数从左到右构成以m为公比的等比数列（其中$m>0$）. 已知$a_{11}=2$，$a_{13}=a_{61}+1$，记这n^2个数的和为S. 下列结论正确的有（　　）

A．$m=3$　　B．$a_{67}=17\times 3^7$

C．$a_{ij}=(3i-1)\times 3^{j-1}$　　D．$S=\dfrac{1}{4}n(3n+1)\left(3^n-1\right)$

三、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，若有两空，则第一空 2 分，第二空 3 分.）

13. 4与9的等比中项为_______；已知$a=\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$，$b=\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$，则$a,b$的等差中项是_______.

14. 在四棱锥$P-ABCD$中，侧面$PAD\perp$底面$ABCD$，侧棱$PA=PD=\sqrt{2}$，$PA\perp PD$，底面$ABCD$为直角梯形，其中$BC//AD$，$AB\perp AD$，$AB=BC=1$，O为AD的中点.

（1）则直线PB与平面POC所成角的余弦值为_______；（2）则B点到平面PCD的距离为_______.

15. 设$\{a_n\}$是首项为1的正项数列，且$(n+1){a_{n+1}}^2-n{a_n}^2+a_{n+1}a_n=0\left(n=1,2,\ldots\right)$，

则它的通项公式是$a_n=$______.

16. 已知$A\left(1,\dfrac{1}{2}\right)$，$B\left(-1,\dfrac{1}{2}\right)$，直线$AM$的斜率与直线$BM$的斜率之差是$1$，

则点M的轨迹C的方程是_______________；

若点F的坐标为$\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$，$P$是直线$l:y=-\dfrac{1}{2}$上的一点，$Q$是直线$PF$与轨迹$C$的交点，且$\overrightarrow{FP}=4\overrightarrow{FQ}$，

则$|QF|=$_________.

四、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出必要文字说明、证明过程或演算步骤．第 17 小题满分 10 分，其他小题满分 12 分.）

17.（本小题满分 10 分）已知 S_n 是等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项的和， a_2,a_8,a_5 成等差数列.

（Ⅰ）求等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 q；

（Ⅱ）判断 S_3,S_9,S_6 是否成等差数列？若成等差数列，请给出证明；若不成等差数列，请说明理由.

18.（本小题满分 12 分）在① $\dfrac{\sin A-\sin C}{b}=\dfrac{\sin A-\sin B}{a+c}$，② $2c\cos C=a\cos B+b\cos A$ 这两个条件中任选一个，补充在下面问题中的横线上，并解答. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，______.

（Ⅰ）求角 C；

（Ⅱ）若 $c=\sqrt{5}$， $a+b=\sqrt{11}$，求 $\triangle ABC$ 的面积.

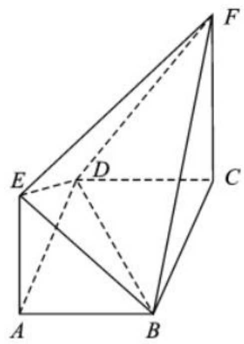
注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

19.（本小题满分 12 分）我国某沙漠，曾被称为“死亡之海”，截止 2018 年年底该地区的绿化率只有 $\dfrac{3}{10}$，计划从 2019 年开始使用无人机飞播造林，弹射的种子可以直接打入沙面里头，实现快速播种，每年原来沙漠面积的 $\dfrac{1}{5}$ 将被改为绿洲，但同时原有绿洲面积的 $\dfrac{1}{20}$ 还会被沙漠化. 设该地区的面积为1，2018 年年底绿洲面积为 $a_0=\dfrac{3}{10}$，经过一年绿洲面积为 a_1……经过 n 年绿洲面积为 a_n，

（Ⅰ）求经过 n 年绿洲面积 a_n；

（Ⅱ）截止到哪一年年底，才能使该地区绿洲面积超过 $\dfrac{3}{5}$？（取 $\lg 2=0.30,\lg 3=0.48$）

20.（本小题满分 12 分）如图，四边形 $ABCD$ 为矩形，$\triangle ABE$ 和 $\triangle BCF$ 均为等腰直角三角形，且 $AE\perp$ 平面 $ABCD$，$CF\perp$ 平面 $ABCD$.



（Ⅰ）求证：$ED//$ 平面 BCF；

（Ⅱ）设 $\dfrac{AD}{AB}=2$，求二面角 $B-EF-D$ 的正弦值.

21.（本小题满分 12 分）已知数列 $\left\{a_n\right\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $S_n=n^2+n$，数列 $\left\{b_n\right\}$ 的通项公式为 $b_n=x^{n-1}$.

（Ⅰ）求数列 $\left\{a_n\right\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）设 $c_n=a_nb_n$，数列 $\left\{c_n\right\}$ 的前 n 项和为 T_n，求 T_n；

（Ⅲ）设 $d_n=\dfrac{4}{n\left(a_n+4\right)}$，$H_n=d_1+d_2+\cdots+d_n\ \left(n\in\mathbf{N}^*\right)$，求使得对任意 $n\in\mathbf{N}^*$，均有 $H_n>\dfrac{m}{9}$ 成立的最大整数 m.

22.（本小题满分 12 分）已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$ 的左、右顶点分别为 A,B，直线 l 与椭圆 C 交于 M,N 两点.

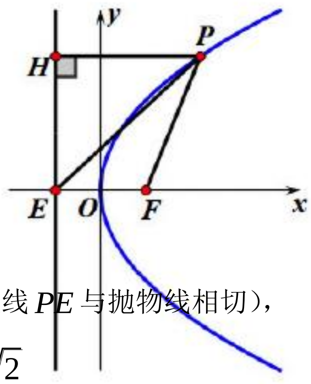
（Ⅰ）点 P 的坐标为 $(1,\dfrac{1}{3})$，若 $\overrightarrow{MP}=\overrightarrow{PN}$，求直线 l 的方程；

（Ⅱ）若直线 l 过椭圆 C 的右焦点 F，且点 M 在第一象限，求 $3k_{MA}^2-k_{NB}$(k_{MA}、k_{NB} 分别为直线 MA、NB 的斜率）的取值范围.

泉州七中2020-2021学年度上学期高二年数学周练（十三）参考答案

一、选择题（本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

1-4：DABB　5-8：ACCB



7.【解析】由题意得，准线$l:x=-\frac{p}{2}$，$E\left(-\frac{p}{2},0\right)$，$F\left(\frac{p}{2},0\right)$，

过P作$PH\perp l$，垂足为H，则由抛物线定义可知$PH=PF$，

于是$\mu=\frac{\sin\angle EFP}{\sin\angle FEP}=\frac{PE}{PF}=\frac{PE}{PH}=\frac{1}{\cos\angle EPH}=\frac{1}{\cos\angle PEF}$，

$\because y=\cos x$在$(0,\pi)$上为减函数，$\therefore$当$\angle PEF$取到最大值时（此时直线PE与抛物线相切），

计算可得直线PE的斜率为1，从而$\angle PEF=45°$，$\therefore \mu_{\max}=\frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\sqrt{2}$.

二、选择题（本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，有选错的得0分，部分选对的得3分.）

9.BD　10.BC　11.CD　12.ACD

11.【解析】$\because \overrightarrow{OF}_2=4\overrightarrow{OQ}$，$\therefore\left|\overrightarrow{QF}_2\right|=\frac{3}{4}c$，$|\overrightarrow{OQ}|=\frac{1}{4}c$，则$|\overrightarrow{QF_1}|=\frac{5}{4}c$.

$\because PQ$是$\angle F_1PF_2$的角平分线，$\therefore\frac{|PF_1|}{|PF_2|}=\frac{|QF_1|}{|QF_2|}=\frac{5}{3}$，

又$|PF_1|+|PF_2|=2a$，$\therefore|PF_1|=\frac{5a}{4}$，$|PF_2|=\frac{3a}{4}$，

在$\triangle PF_1F_2$中，由余弦定理得$\cos\angle F_1PF_2=\frac{\frac{25}{16}a^2+\frac{9}{16}a^2-4c^2}{2\times\frac{5a}{4}\times\frac{3a}{4}}=\frac{17}{15}-\frac{32}{15}e^2$，

$\because -1<\cos\angle F_1PF_2<1$，$\therefore -1<\frac{17}{15}-\frac{32}{15}e^2<1$，解得$\frac{1}{4}<e<1$.

12.【解析】由题意，该数阵第一列的n个数从上到下构成以m为公差的等差数列，每一行的n个数从左到右构成以m为公比的等比数列，且$a_{11}=2$，$a_{13}=a_{61}+1$，

可得$a_{13}=a_{11}m^2=2m^2$，$a_{61}=a_{11}+5d=2+5m$，所以$2m^2=2+5m+1$，

解得$m=3$或$m=-\frac{1}{2}$（舍去），所以A是正确的；

又由$a_{67}=a_{61}m^6=(2+5\times3)\times3^6=17\times3^6$，所以B不正确；

又由$a_{ij}=a_{i1}m^{j-1}=[(a_{11}+(i-1)\times m]\times m^{j-1}=[2+(i-1)\times3]\times3^{j-1}=(3i-1)\times3^{j-1}$，所以C是正确；

又由这n^2个数的和为S，

则$S=(a_{11}+a_{12}+\cdots+a_{1n})+(a_{21}+a_{22}+\cdots+a_{2n})+\cdots+(a_{n1}+a_{n2}+\cdots+a_{nn})$

$=\frac{a_{11}(1-3^n)}{1-3}+\frac{a_{21}(1-3^n)}{1-3}+\cdots+\frac{a_{n1}(1-3^n)}{1-3}=\frac{1}{2}(3^n-1)\cdot\frac{(2+3n-1)n}{2}=\frac{1}{4}n(3n+1)(3^n-1)$，

所以D是正确的.

三、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，若有两空，则第一空 2 分，第二空 3 分.）

13. ± 6；$\sqrt{3}$　14. $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$；$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　15. $\dfrac{1}{n}$　16. $x^2=2y(x\neq\pm1)$；$\dfrac{3}{4}$

四、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出必要文字说明、证明过程或演算步骤．第 17 小题满分 10 分，其他小题满分 12 分）

17. 解：（Ⅰ）由题意有：$2a_8=a_2+a_5$，所以 $2a_1q^7=a_1q+a_1q^4$，……………………………2 分

因为 $a_1q\neq0$， 所以 $2q^6=1+q^3$ 即 $2q^6-q^3-1=0$，解得 $q^3=1$ 或 $q^3=-\dfrac{1}{2}$，……………4 分

所以 $q=1$ 或 $q=\sqrt[3]{-\dfrac{1}{2}}$；……………………………5 分

（Ⅱ） ①当 $q=1$ 时，因为 $2S_9\neq S_3+S_6$，所以 $q=1$ 时 S_3,S_9,S_6 不成等差数列；……………6 分

②当 $q\neq1$ 时，知 $q=\sqrt[3]{-\dfrac{1}{2}}$，所以 $2S_9=\dfrac{2a_1(1-q^9)}{1-q}=\dfrac{2a_1}{1-q}\cdot\dfrac{9}{8}=\dfrac{9a_1}{4(1-q)}$ ……………7 分

$S_3+S_6=\dfrac{a_1(1-q^3)}{1-q}+\dfrac{a_1(1-q^6)}{1-q}=\dfrac{9a_1}{4(1-q)}$．……………………………8 分

所以 $2S_9=S_3+S_6$，所以 $q=\sqrt[3]{-\dfrac{1}{2}}$ 时，S_3,S_9,S_6 成等差数列．……………………………10 分

综上：当 $q=1$ 时 S_3,S_9,S_6 不成等差数列；当 $q=\sqrt[3]{-\dfrac{1}{2}}$ 时，S_3,S_9,S_6 成等差数列.

18. 解：（Ⅰ）若选①：由正弦定理得 $\dfrac{a-c}{b}=\dfrac{a-b}{a+c}$，所以 $a^2-c^2=ab-b^2$，……………………………2 分

由余弦定理得 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$，……………………………4 分

解得 $\cos C=\dfrac{1}{2}$，因为 $C\in(0,\pi)$，所以 $C=\dfrac{\pi}{3}$．……………………………6 分

若选②：由正弦定理得 $\sin A\cos B+\sin B\cos A=2\sin C\cos C$，……………………………2 分

即 $\sin(A+B)=2\sin C\cos C$，即 $\sin C=2\sin C\cos C$，……………………………4 分

因为 $C\in(0,\pi)$，所以 $\sin C\neq0$，所以 $\cos C=\dfrac{1}{2}$，所以 $C=\dfrac{\pi}{3}$．……………6 分

（Ⅱ）由余弦定理得 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$，得 $5=a^2+b^2-ab$，……………………………8 分

即 $5=(a+b)^2-3ab$，解得 $ab=2$，……………………………10 分

则 $\triangle ABC$ 的面积 $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}ab\sin C=\dfrac{1}{2}\times2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，……………………………12 分

故 $\triangle ABC$ 的面积为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

19. 解：（Ⅰ）由题：$a_n=a_{n-1}\left(1-\dfrac{1}{20}\right)+\left(1-a_{n-1}\right)\dfrac{1}{5}$，……………………………2 分

所以 $a_n=\dfrac{3}{4}a_{n-1}+\dfrac{1}{5}$，从而 $a_n-\dfrac{4}{5}=\dfrac{3}{4}\left(a_{n-1}-\dfrac{4}{5}\right)$，而 $a_0-\dfrac{4}{5}=-\dfrac{1}{2}$，……………4 分

故 $a_n=\dfrac{4}{5}-\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{3}{4}\right)^n$.……………………………6 分

（Ⅱ）$a_n=\frac{4}{5}-\frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}\right)^n>\frac{3}{5}$，得 $\frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}\right)^n<\frac{1}{5}$，……………………………9 分

所以 $n>\log_{\frac{3}{4}}\frac{2}{5}=\frac{\lg\frac{2}{5}}{\lg\frac{3}{4}}=\frac{\lg2-\lg5}{\lg3-2\lg2}=\frac{0.60-1}{0.48-0.60}=\frac{10}{3}$ ……………………………12 分

所以 $n=4$，即截止到 2022 年年底.

20. 解：（Ⅰ）$\because$ 四边形 $ABCD$ 为矩形，$\therefore$ $AD//BC$，

$\because$ $AD\not\subset$ 平面 BCF， $BC\subset$ 平面 BCF，$\therefore AD//$ 平面 BCF，……………………………1 分

$\because AE\perp$ 平面 $ABCD$，$CF\perp$ 平面 $ABCD$，$\therefore EA//FC$ ……………………………2 分

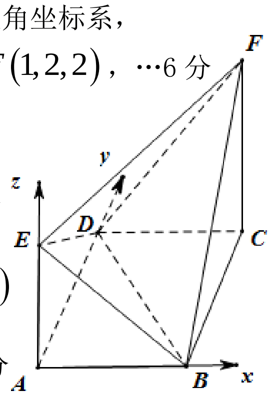
$\because$ $EA\not\subset$ 平面 BCF， $FC\subset$ 平面 BCF，$\therefore EA//$ 平面 BCF，……………………………3 分

又 $AD,EA\subset$ 平面 ADE，且 $AD\cap EA=A$，$\therefore$ 平面 $ADE//$ 平面 BCF，……………………4 分

由 $ED\subset$ 平面 ADE 可得 $ED//$ 平面 BCF； ……………………………5 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）知 $EA\perp$ 平面 $ABCD$， $FC\perp$ 平面 $ABCD$，且四边形 $ABCD$ 为矩形，

以 A 为原点，以 AB， AD， AE 所在直线分别为 x,y,z 轴，建立空间直角坐标系，



设 $AB=1$，则 $AD=2$，$\therefore A(0,0,0),B(1,0,0),D(0,2,0),E(0,0,1),F(1,2,2)$，…6 分

设平面 DEF 的法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$，且 $\overrightarrow{DE}=(0,-2,1),\overrightarrow{DF}=(1,0,2)$

则 $\begin{cases}\overrightarrow{DE}\cdot\vec{n}=0\\\overrightarrow{DF}\cdot\vec{n}=0\end{cases}$ 即 $\begin{cases}-2y+z=0\\x+2z=0\end{cases}$，取 $z=2$ 得 $\vec{n}=(-4,1,2)$，…………8 分

设平面 BEF 的法向量为 $\vec{m}=(x_1,y_1,z_1)$，$\overrightarrow{BE}=(-1,0,1)$，$\overrightarrow{BF}=(0,2,2)$

则 $\begin{cases}\overrightarrow{BE}\cdot\vec{m}=0\\\overrightarrow{BF}\cdot\vec{m}=0\end{cases}$ 即 $\begin{cases}-x_1+z_1=0\\2y_1+2z_1=0\end{cases}$，取 $x_1=1$ 得 $\vec{m}=(1,-1,1)$，………10 分

$\therefore\cos\langle\vec{m},\vec{n}\rangle=\frac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}|\cdot|\vec{n}|}=\frac{-4-1+2}{\sqrt{3}\times\sqrt{21}}=-\frac{\sqrt{7}}{7}$，……………………………11 分

设二面角 $B-EF-D$ 的平面角为 θ，则 $\sin\theta=\sqrt{1-\left(-\frac{\sqrt{7}}{7}\right)^2}=\frac{\sqrt{42}}{7}$． ……………………12 分

21. 解：（Ⅰ）当 $n\geq2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}=n^2+n-\left[(n-1)^2+(n-1)\right]=2n$ ……………………………2 分

当 $n=1$ 时，$a_1=S_1=2$，满足上式 ……………………………3 分

所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=2n$ ……………………………4 分

（Ⅱ）$c_n=a_nb_n=2nx^{n-1}$，$T_n=2+4x+6x^2+8x^3+\cdots+2nx^{n-1}$，①

则 $xT_n=2x+4x^2+6x^3+8x^4+\cdots+2nx^n$，② ……………………………5 分

① - ②，得 $(1-x)T_n=2+2x+2x^2+\cdots+2nx^{n-1}-2nx^n$． ……………………………6 分

当 $x\neq1$ 时，$(1-x)T_n=2\times\frac{1-x^n}{1-x}-2nx^n$，则 $T_n=\frac{2-2(n+1)x^n+2nx^{n+1}}{(1-x)^2}$． ………7 分

当 $x=1$ 时，$T_n=2+4+6+8+\cdots+2n=n^2+n$ ……………………………8 分

综上可得，$T_n=\begin{cases}\dfrac{2-2(n+1)x^n+2nx^{n+1}}{(1-x)^2},x\neq 1\\ n^2+2n,x=1\end{cases}$

（III）由（I）可得 $d_n=\dfrac{4}{n(2n+4)}=\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+2}$，……………………………9 分

则 $H_n=d_1+d_2+\cdots+d_n=\left(1-\dfrac{1}{3}\right)+\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{4}\right)+\left(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{5}\right)+\cdots+\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+2}\right)=1+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{n+1}-\dfrac{1}{n+2}$

显然 H_n 为关于 n 的增函数，故 $(H_n)_{\min}=H_1=\dfrac{2}{3}$．……………………………10 分

于是欲使 $H_n>\dfrac{m}{9}$ 恒成立， 则 $\dfrac{m}{9}<\dfrac{2}{3}$，解得 $m<6$．

$\therefore$ 存在最大的整数 $m=5$ 满足题意．……………………………12 分

22. 解：（I）设 $M(x_1，y_1)$，$N(x_2，y_2)$，由题意可得 P 为线段 MN 的中点，

由 $\begin{cases}\dfrac{x_1^2}{4}+\dfrac{y_1^2}{3}=1\\ \dfrac{x_2^2}{4}+\dfrac{y_2^2}{3}=1\end{cases}$ 两式相减可得 $\dfrac{(x_1-x_2)(x_1+x_2)}{4}+\dfrac{(y_1-y_2)(y_1+y_2)}{3}=0$，…………2 分

而 $P(1,\dfrac{1}{3})$，即有 $x_1+x_2=2$，$y_1+y_2=\dfrac{2}{3}$，

则 $\dfrac{2(x_1-x_2)}{4}+\dfrac{2(y_1-y_2)}{9}=0$，可得 $\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=-\dfrac{9}{4}$，……………………………3 分

故直线 l 的方程为 $y-\dfrac{1}{3}=-\dfrac{9}{4}(x-1)$，即 $y=-\dfrac{9}{4}x+\dfrac{31}{12}$；……………………………4 分

（II）由题意可得 $A(-2,0)$，$B(2,0)$，$F(1,0)$，

当直线 l 的斜率不存在时，$M(1,\dfrac{3}{2})$，$N(1,-\dfrac{3}{2})$，$k_{MA}=\dfrac{1}{2}$，$k_{NB}=\dfrac{3}{2}=3k_{MA}$．…………5 分

当直线 l 的斜率存在时，则 l 的斜率不为 0，设直线 l 的方程为 $y=k(x-1)$，$k\neq 0$，

与椭圆方程 $3x^2+4y^2=12$ 联立，可得 $(3+4k^2)x^2-8k^2x+4k^2-12=0$，……………6 分

则 $x_1+x_2=\dfrac{8k^2}{3+4k^2}$，$x_1x_2=\dfrac{4k^2-12}{3+4k^2}$，……………………………7 分

所以 $\dfrac{k_{NB}}{k_{MA}}=\dfrac{y_2}{x_2-2}\cdot\dfrac{x_1+2}{y_1}=\dfrac{k(x_2-1)(x_1+2)}{k(x_1-1)(x_2-2)}=\dfrac{x_1x_2+2(x_1+x_2)-2-3x_1}{x_1x_2-(x_1+x_2)+2-x_1}$

$$=\frac{\dfrac{4k^2-12}{3+4k^2}+2\cdot\dfrac{-8k^2}{3+4k^2}-2-3x_1}{\dfrac{4k^2-12}{3+4k^2}-(-\dfrac{8k^2}{3+4k^2})+2-x_1}=\frac{\dfrac{12k^2-18}{3+4k^2}-3x_1}{\dfrac{4k^2-6}{3+4k^2}-x_1}=3，$$ ………………………9 分

所以 $k_{NB}=3k_{MA}$，因为 M 在第一象限，所以 $k_{MA}\in(0,\dfrac{\sqrt{3}}{2})$，……………………………10 分

所以 $3k_{MA}^2-k_{NB}=3k_{MA}^2-3k_{MA}=3(k_{MA}-\dfrac{1}{2})^2-\dfrac{3}{4}\in[-\dfrac{3}{4},0)$．……………………………12 分