泉州七中 2020-2021 学年度上学期高二年数学周练（六）

命题人：陈景文 黄婉真 20201024

一、选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

1. 中心在原点，焦点在 x 轴上， 若长轴长为 18 ，且两个焦点恰好将长轴三等分，则此椭圆的方程是（　　）

A. $\frac{x^2}{81}+\frac{y^2}{72}=1$　B. $\frac{x^2}{81}+\frac{y^2}{9}=1$　C. $\frac{x^2}{81}+\frac{y^2}{45}=1$　D. $\frac{x^2}{81}+\frac{y^2}{36}=1$

2. 若方程 $\frac{x^2}{5-m}+\frac{y^2}{m+3}=1$ 表示椭圆，则 m 的取值范围是（　　）

A. $(-3,5)$　B. $(-5,3)$　C. $(-3,1)\cup(1,5)$　D. $(-5,1)\cup(1,3)$

3. 已知椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点为 F . 短轴的一个端点为 M ，直线 $l:3x-4y=0$ 交椭圆 E 于 A,B 两点. 若 $|AF|+|BF|=4$，点 M 到直线 l 的距离不小于 $\frac{4}{5}$ ，则椭圆 E 的离心率的取值范围是（　　）

A. $(0,\frac{\sqrt{3}}{2}]$　B. $(0,\frac{3}{4}]$　C. $[\frac{\sqrt{3}}{2},1)$　D. $[\frac{3}{4},1)$

4. 椭圆 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 的焦点为 F_1,F_2，点 P 为椭圆上的动点若 $\angle F_1PF_2$ 为钝角，点 P 的横坐标的取值范围为（　　）

A. $\left(-\frac{\sqrt{6}}{3},\frac{\sqrt{6}}{3}\right)$　B. $\left(-\frac{2\sqrt{6}}{3},\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)$　C. $\left(-\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right)$　D. $\left(-\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$

5. 已知椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 的左右焦点分别为 F_1,F_2，过右焦点 F_2 作 x 轴的垂线，交椭圆于 A,B 两点. 若等边 ΔABF_1 的周长为 $4\sqrt{3}$，则椭圆的方程为（　　）

A. $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$　B. $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{6}=1$　C. $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{3}=1$　D. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$

6. 椭圆 $4x^2+y^2=2$ 上的点到直线 $2x-y-8=0$ 的距离的最小值为（　　）

A. $\frac{6\sqrt{5}}{5}$　B. $2\sqrt{5}$　C. 3　D. 6

7. 已知 F 是椭圆 $C:\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$ 的左焦点， P 为 C 上一点， $A(1,\frac{4}{3})$，则 $|PA|+|PF|$ 的最小值为（　　）

A. $\frac{10}{3}$　B. $\frac{11}{3}$　C. 4　D. $\frac{13}{3}$

8. 设椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1、F_2， P 是椭圆上一点，$|PF_1|=\lambda|PF_2|$（$\frac{1}{2}\le\lambda\le 2$），$\angle F_1PF_2=\frac{\pi}{2}$，则椭圆离心率的取值范围为（　　）

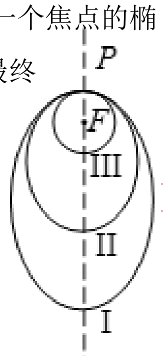
A. $(0,\frac{\sqrt{2}}{2}]$　B. $[\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{5}}{3}]$　C. $[\frac{2}{3},\frac{\sqrt{5}}{3}]$　D. $[\frac{\sqrt{5}}{3},1)$

二、选择题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 3 分.）

9. 设直线 l 经过点 $A(2,1)$，且在两坐标轴上的截距相等，则直线 l 的方程为（　　）

A. $x-2y=0$　B. $x+y-3=0$　C. $x-y-1=0$　D. $x+2y=0$

10. 如图所示，某探月卫星沿地月转移轨道飞向月球，在月球附近一点 P 变轨进入以月球球心 F 为一个焦点的椭圆轨道Ⅰ绕月飞行，之后卫星在点 P 第二次变轨进入仍以 F 为一个焦点的椭圆轨道Ⅱ绕月飞行，最终卫星在点 P 第三次变轨进入以 F 为圆心的圆形轨道Ⅲ绕月飞行，若用 $2c_1$ 和 $2c_2$ 分别表示椭圆轨道Ⅰ和Ⅱ的焦距，用 $2a_1$ 和 $2a_2$ 分别表示椭圆轨道Ⅰ和Ⅱ的长轴长，则下列式子正确的是（　　）



A．$a_1+c_1=a_2+c_2$　　B．$a_1-c_1=a_2-c_2$

C．$c_1a_2>a_1c_2$　　D．$\dfrac{c_1}{a_1}<\dfrac{c_2}{a_2}$

11. 古希腊著名数学家阿波罗尼斯与欧几里得、阿基米德齐名. 他发现：“平面内到两个定点 A,B 的距离之比为定值 $\lambda\left(\lambda\neq1\right)$ 的点的轨迹是圆”. 后来, 人们将这个圆以他的名字命名, 称为阿波罗尼斯圆, 简称阿氏圆在平面直角坐标系 xOy 中, $A\left(-2,0\right),B\left(4,0\right)$, 点 P满足 $\dfrac{|PA|}{|PB|}=\dfrac{1}{2}$. 设点 P 的轨迹为 C , 下列结论正确的是（　　）

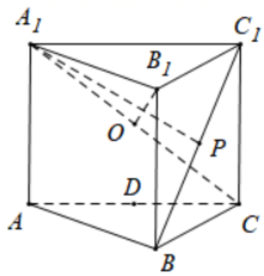
A．C 的方程为 $\left(x+4\right)^2+y^2=9$

B．在 x 轴上存在异于 A,B 的两定点 D,E , 使得 $\dfrac{|PD|}{|PE|}=\dfrac{1}{2}$

C．当 A,B,P 三点不共线时, 射线 PO 是 $\angle APB$ 的平分线

D．在 C 上存在点 M , 使得 $|MO|=2|MA|$

12. 已知直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中， $AB\perp BC$， $AB=BC=BB_1$， D 是 AC 的中点， O 为 A_1C 的中点. 点 P 是 BC_1 上的动点，则下列说法正确的是（　　）



A．当点 P 运动到 BC_1 中点时，直线 A_1P 与平面 $A_1B_1C_1$ 所成的角的正切值为 $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

B．无论点 P 在 BC_1 上怎么运动，都有 $A_1P\perp OB_1$

C．当点 P 运动到 BC_1 中点时，才有 A_1P 与 OB_1 相交于一点，记为 Q，且 $\dfrac{PQ}{QA_1}=\dfrac{1}{3}$

D．无论点 P 在 BC_1 上怎么运动，直线 A_1P 与 AB 所成角都不可能是 30°

三、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，若有两空，则第一空 2 分，第二空 3 分.）

13. 定义：椭圆上一点与两焦点构成的三角形为椭圆的焦点三角形，已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的焦距为 $4\sqrt{5}$，焦点三角形的周长为 $4\sqrt{5}+12$，则椭圆 C 的方程是____________________.

14. 直线 $y=k(x-2)+4$ 与曲线 $y=1+\sqrt{4-x^2}$ 仅有一个公共点，则实数的 k 的取值范围是___________.

15. 已知圆 $C_1:\left(x+3\right)^2+y^2=1$， $C_2:\left(x-3\right)^2+y^2=81$，动圆 C 与圆 C_1、C_2 都相切，则动圆 C 的圆心轨迹 E 的方程为___________.

16. 以 $\left(-1,0\right)$ 与 $\left(1,0\right)$ 为两个焦点，经过点 $\left(1-\cos2\alpha,2\cos^2\alpha\right)$ 的椭圆的离心率的最大值为___________；当离心率取最大值时，椭圆方程为________________.

四、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出必要文字说明、证明过程或演算步骤．第 17 小题满分 10 分，其他小题满分 12 分．）

17.（本小题满分 10 分）在① $\dfrac{b}{a}=\dfrac{\cos B+1}{\sqrt{3}\sin A}$，② $2b\sin A=a\tan B$，③ $\left(a-c\right)\sin A+c\sin\left(A+B\right)=b\sin B$ 这三个条件中任选一个，补充在下面的横线上，并加以解答.

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 所对的边分别是 a,b,c，若______.

（Ⅰ）求角 B；

（Ⅱ）若 $a+c=4$，求 $\triangle ABC$ 周长的最小值，并求出此时 $\triangle ABC$ 的面积.

18.（本小题满分 12 分）已知圆 $C:x^2+y^2-2x-4y-20=0$ 及直线 $l:(2m+1)x+(m+1)y=7m+4(m\in R)$.

（Ⅰ）证明：不论 m 取什么实数，直线 l 与圆 C 总相交；

（Ⅱ）求直线 l 被圆 C 截得的弦长的最小值，并求此时直线 l 的方程.

19.（本小题满分 12 分）已知椭圆 $\Omega:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$ 的焦距为 $2\sqrt{6}$，短轴长为 $2\sqrt{2}$.

（Ⅰ）求 Ω 的方程；

（Ⅱ）若直线 $y=x+2$ 与 Ω 相交于 A、B 两点，求以线段 AB 为直径的圆的标准方程.

20.（本小题满分 12 分）已知点 A,B 的坐标分别是 $\left(-1,0\right)$，$\left(1,0\right)$，直线 AM,BM 相交于点 M，且它们的斜率之积为 -2.

（Ⅰ）求动点 M 的轨迹方程；

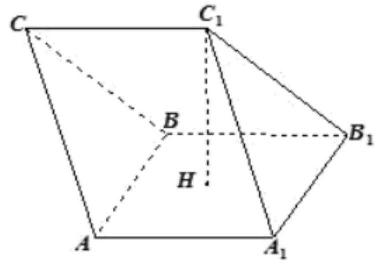
（Ⅱ）若过点 $N\left(\dfrac{1}{2},1\right)$ 的直线 l 交动点 M 的轨迹于 C,D 两点，且 N 为线段 C,D 的中点，求直线 l 的方程.

21.（本小题满分 12 分）如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，H 是正方形 AA_1B_1B 的中心，$AA_1=2\sqrt{2}$，$C_1H\perp$ 平面 AA_1B_1B，且 $C_1H=\sqrt{5}$.

（Ⅰ）求异面直线 AC 与 A_1B_1 所成角的余弦值；

（Ⅱ）求二面角 $A-A_1C_1-B_1$ 的正弦值；

（Ⅲ）设 N 为棱 B_1C_1 的中点，点 M 在平面 AA_1B_1B 内，且 $MN\perp$ 平面 $A_1B_1C_1$，求线段 BM 的长.



22.（本小题满分 12 分）已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，四点 $P_1(1,1)$，$P_2(0,1)$，$P_3(-1,\dfrac{\sqrt{3}}{2})$，$P_4(1,\dfrac{\sqrt{3}}{2})$ 中恰有三点在椭圆 C 上.

（Ⅰ）求 C 的方程；

（Ⅱ）设直线 l 不经过 P_2 点且与 C 相交于 A,B 两点，若直线 P_2A 与直线 P_2B 的斜率的和为 -1.

证明：l 过定点.

泉州七中 2020-2021 学年度上学期高二年数学周练（六）参考答案

一、选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

ACAB　　AADB

8.【解析】设 $F_1(-c,0)$，$F_2(c,0)$，由椭圆的定义可得，$|PF_1|+|PF_2|=2a$，

可设 $|PF_2|=t$，可得 $|PF_1|=\lambda t$，即有 $(\lambda+1)t=2a$，①

由 $\angle F_1PF_2=\dfrac{\pi}{2}$，可得 $|PF_1|^2+|PF_2|^2=4c^2$，即为 $(\lambda^2+1)t^2=4c^2$，②

由②÷①²，可得 $e^2=\dfrac{\lambda^2+1}{(\lambda+1)^2}$，令 $m=\lambda+1$，可得 $\lambda=m-1$，

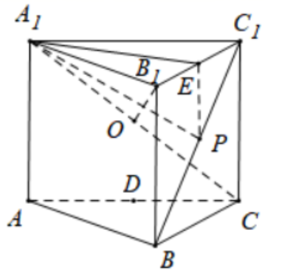
即有 $\dfrac{\lambda^2+1}{(\lambda+1)^2}=\dfrac{m^2-2m+2}{m^2}=2(\dfrac{1}{m}-\dfrac{1}{2})^2+\dfrac{1}{2}$，由 $\dfrac{1}{2}\le\lambda\le 2$，可得 $\dfrac{3}{2}\le m\le 3$，即 $\dfrac{1}{3}\le\dfrac{1}{m}\le\dfrac{2}{3}$，

则当 $m=2$ 时，取得最小值 $\dfrac{1}{2}$；当 $m=\dfrac{3}{2}$ 或 3 时，取得最大值 $\dfrac{5}{9}$，

即有 $\dfrac{1}{2}\le e^2\le\dfrac{5}{9}$，解得 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}\le e\le\dfrac{\sqrt{5}}{3}$，所以椭圆离心率的取值范围为 $[\dfrac{\sqrt{2}}{2},\dfrac{\sqrt{5}}{3}]$.

二、选择题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 3 分.）

AB　BC　BC　ABD



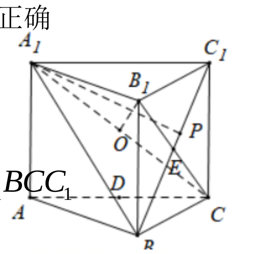
12.【解析】直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB\perp BC$，$AB=BC=BB_1$

选项 A 中，当点 P 运动到 BC_1 中点时，有 E 为 B_1C_1 的中点，

连接 A_1E、EP，如右图示即有 $EP\perp$ 面 $A_1B_1C_1$

$\therefore$ 直线 A_1P 与平面 $A_1B_1C_1$ 所成的角的正切值 $\tan\angle PA_1E=\dfrac{EP}{AE}$

$\because EP=\dfrac{1}{2}BB_1$，$AE=\sqrt{A_1B_1^{\ 2}+B_1E^2}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}BB_1$，$\therefore\tan\angle PA_1E=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，故 A 正确



选项 B 中，连接 B_1C，与 BC_1 交于 E，并连接 A_1B，如右图示

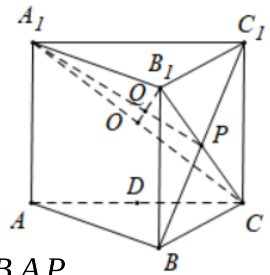
由题意知，B_1BCC_1 为正方形，即有 $B_1C\perp BC_1$

而 $AB\perp BC$ 且 $ABC-A_1B_1C_1$ 为直三棱柱，有 $A_1B_1\perp$ 面 B_1BCC_1，$BC_1\subset$ 面 B_1BCC_1

$\therefore A_1B_1\perp BC_1$，又 $A_1B_1\cap B_1C=B_1$，$\therefore BC_1\perp$ 面 A_1B_1C，$OB_1\subset$ 面 A_1B_1C，

故 $BC_1\perp OB_1$，同理可证：$A_1B\perp OB_1$，又 $A_1B\cap BC_1=B$

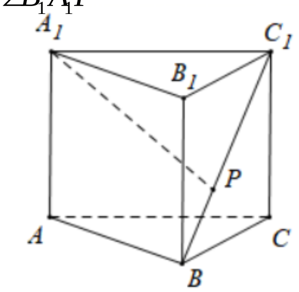
$\therefore OB_1\perp$ 面 A_1BC_1，又 $A_1P\subset$ 面 A_1BC_1，即有 $A_1P\perp OB_1$，故 B 正确



选项 C 中，点 P 运动到 BC_1 中点时，即在△A_1B_1C 中 A_1P、OB_1 均为中位线

$\therefore Q$ 为中位线的交点，$\therefore$ 根据中位线的性质有：$\dfrac{PQ}{QA_1}=\dfrac{1}{2}$，故 C 错误

选项 D 中，由于 $A_1B_1//AB$，直线 A_1P 与 AB 所成角即为 A_1B_1 与 A_1P 所成角 $\angle B_1A_1P$



结合右图分析知：点 P 在 BC_1 上运动时

当 P 在 B 或 C_1 上时，$\angle B_1A_1P$ 最大为 45°

当 P 在 BC_1 中点上时，$\angle B_1A_1P$ 最小为 $\arctan\dfrac{\sqrt{2}}{2}>\arctan\dfrac{\sqrt{3}}{3}=30^\circ$

$\therefore\angle B_1A_1P$ 不可能是 30°，故 D 正确

三、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，若有两空，则第一空 2 分，第二空 3 分.）

13. $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{16}=1$.　14. $\left(\frac{3}{4},+\infty\right)\cup\left\{\frac{5}{12}\right\}$　15. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$ 或 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{7}=1$　16. $\frac{\sqrt{10}}{5}$；$\frac{x^2}{\frac{5}{2}}+\frac{y^2}{\frac{3}{2}}=1$

四、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出必要文字说明、证明过程或演算步骤．第 17 小题满分 10 分，其他小题满分 12 分）

17. 解：（Ⅰ）选①，由正弦定理得 $\frac{\sin B}{\sin A}=\frac{\cos B+1}{\sqrt{3}\sin A}$，$\because \sin A\neq 0$，……………………………1 分

$\therefore \sqrt{3}\sin B-\cos B=1$，即 $\sin\left(B-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$，……………………………3 分

$\because 0<B<\pi$，$\therefore -\frac{\pi}{6}<B-\frac{\pi}{6}<\frac{5\pi}{6}$，$\therefore B-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}$，$\therefore B=\frac{\pi}{3}$．……………5 分

选②，$\because 2b\sin A=a\tan B$，$2b\sin A=\frac{a\sin B}{\cos B}$，可得 $2\sin B\sin A=\sin A\cdot\frac{\sin B}{\cos B}$，………3 分

$\because \sin A\neq 0$，$\therefore \cos B=\frac{1}{2}$，$\because B\in(0,\pi)$，$\therefore B=\frac{\pi}{3}$．……………………………5 分

选③，$\because \sin(A+B)=\sin(\pi-C)=\sin C$，由已知结合正弦定理可得 $(a-c)a+c^2=b^2$，

$\therefore a^2+c^2-b^2=ac$，$\therefore \cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{ac}{2ac}=\frac{1}{2}$，……………………………3 分

$\because B\in(0,\pi)$，$\therefore B=\frac{\pi}{3}$．……………………………5 分

（Ⅱ）$\because b^2=a^2+c^2-2ac\cos B=(a+c)^2-3ac=16-3ac$，即 $3ac=16-b^2$，…………………6 分

$\therefore 16-b^2\le 3\left(\frac{a+c}{2}\right)^2$，解得 $b\geq 2$，当且仅当 $a=c=2$ 时取等号，…………………………8 分

$\therefore b_{\min}=2$，$\triangle ABC$ 周长的最小值为 6，……………………………9 分

此时 $\triangle ABC$ 的面积 $S=\frac{1}{2}ac\sin B=\sqrt{3}$．……………………………10 分

18. 解：（Ⅰ）直线 l 的方程可化为 $(x+y-4)+m(2x+y-7)=0$，

由方程组 $\begin{cases}x+y-4=0\\2x+y-7=0\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x=3\\y=1\end{cases}$ 所以直线过定点 $M(3,1)$，……………………………3 分

圆 C 化为标准方程为 $(x-1)^2+(y-2)^2=25$，所以圆心坐标为 $C(1,2)$，半径为 5，

因为定点 $M(3,1)$ 到圆心 $C(1,2)$ 的距离为 $\sqrt{(3-1)^2+(1-2)^2}=\sqrt{5}<5$，……………………5 分

所以定点 $M(3,1)$ 在圆内，故不论 m 取什么实数，直线 l 与圆 C 总相交；……………………6 分

（Ⅱ）设直线与圆交于 A,B 两点，当直线 l 与 CM 垂直时，直线 l 被截得的弦长 $|AB|$ 最短，………8 分

此时 $|AB|=2\sqrt{|BC|^2-|CM|^2}=2\sqrt{25-\left[(3-1)^2+(1-2)^2\right]}=2\sqrt{20}=4\sqrt{5}$，……………10 分

此时 $k_{AB}=-\frac{1}{k_{CM}}=2$，……………………………11 分

所以直线 AB 的方程为 $y-1=2(x-3)$，即 $2x-y-5=0$．……………………………12 分

故直线 l 被圆 C 截得的弦长的最小值为 $4\sqrt{5}$，此时的直线 l 的方程为 $2x-y-5=0$．

19. 解：（Ⅰ）设椭圆 Ω 的焦距为 $2c\ (c>0)$，则 $2c=2\sqrt{6}$，$2b=2\sqrt{2}$，……………………………2 分

所以 $c=\sqrt{6}$，$b=\sqrt{2}$，$a^2=b^2+c^2=8$，……………………………4 分

所以 Ω 的方程为 $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{2}=1$；……………………………5 分

（Ⅱ）设点 $A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$，联立 $\begin{cases} y=x+2 \\ \dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{2}=1 \end{cases}$，消去 y，得 $5x^2+16x+8=0$. …………6 分

由韦达定理得 $x_1+x_2=-\dfrac{16}{5}$， $x_1x_2=\dfrac{8}{5}$， ………………………………8 分

所以 $\dfrac{x_1+x_2}{2}=-\dfrac{8}{5}$，线段 AB 的中点坐标为 $\left(-\dfrac{8}{5},\dfrac{2}{5}\right)$. ………………………………9 分

$|AB|=\sqrt{2}\cdot|x_1-x_2|=\sqrt{2}\cdot\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{2}\cdot\sqrt{\left(-\dfrac{16}{5}\right)^2-4\times\dfrac{8}{5}}=\dfrac{8\sqrt{3}}{5}$ …………11 分

故所求圆的标准方程为 $\left(x+\dfrac{8}{5}\right)^2+\left(y-\dfrac{2}{5}\right)^2=\dfrac{48}{25}$. ………………………………12 分

20. 解：（Ⅰ）设 $M(x,y)$，因为 $k_{AM}\cdot k_{BM}=-2$，所以 $\dfrac{y}{x+1}\cdot\dfrac{y}{x-1}=-2(x\neq\pm1)$ ………………………………3 分

化简得：$2x^2+y^2=2(x\neq\pm1)$（没有给范围扣 1 分） ………………………………5 分

（Ⅱ）设 $C(x_1,y_1)$，$D(x_2,y_2)$ 当直线 $l\perp x$ 轴时，直线 l 的方程为 $x=\dfrac{1}{2}$，

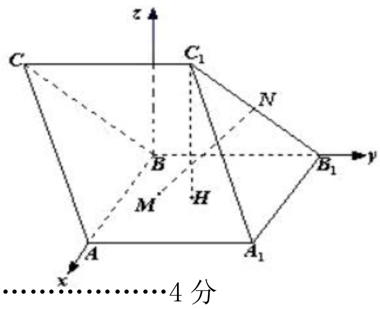
则 $C\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{\sqrt{6}}{2}\right)$，$D\left(\dfrac{1}{2},-\dfrac{\sqrt{6}}{2}\right)$，其中点不是 N，不合题意………………………………7 分

设直线 l 的方程为 $y-1=k\left(x-\dfrac{1}{2}\right)$ 将 $C(x_1,y_1)$，$D(x_2,y_2)$ 代入 $2x^2+y^2=2(x\neq\pm1)$

得 $\begin{cases} 2{x_1}^2+{y_1}^2=2 \\ 2{x_2}^2+{y_2}^2=2 \end{cases}$ 两式相减整理得 $k=\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=-\dfrac{2(x_1+x_2)}{y_1+y_2}=-\dfrac{2\times\frac{1}{2}}{1}=-1$ ……10 分

直线 l 的方程为 $y-1=-\left(x-\dfrac{1}{2}\right)$ 即所求直线 l 的方程为 $2x+2y-3=0$. ………………12 分

21. 解：如图所示，建立空间直角坐标系，其中点 B 为坐标原点，BA 所在直线为 x 轴，BB_1 所在直线为 y 轴，由题意 $B(0,0,0),A(2\sqrt{2},0,0),C(\sqrt{2},-\sqrt{2},\sqrt{5}),A_1(2\sqrt{2},2\sqrt{2},0),B_1(0,2\sqrt{2},0),C_1(\sqrt{2},\sqrt{2},\sqrt{5})$，1 分



（Ⅰ）$\overrightarrow{AC}=(-\sqrt{2},-\sqrt{2},\sqrt{5}),\overrightarrow{A_1B_1}=(-2\sqrt{2},0,0)$，

所以 $\cos\langle\overrightarrow{AC},\overrightarrow{A_1B_1}\rangle=\dfrac{\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{A_1B_1}}{|\overrightarrow{AC}||\overrightarrow{A_1B_1}|}=\dfrac{4}{3\times2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$，

则 $|\cos\langle\overrightarrow{AC},\overrightarrow{A_1B_1}\rangle|=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$，

所以异面直线 AC 与 A_1B_1 所成角的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. ………………………………4 分

（Ⅱ）易知 $\overrightarrow{AA_1}=(0,2\sqrt{2},0),\overrightarrow{A_1C_1}=(-\sqrt{2},-\sqrt{2},\sqrt{5})$，

设平面 AA_1C_1 的法向量 $\vec{m}=(x,y,z)$，则 $\begin{cases} \vec{m}\cdot\overrightarrow{A_1C_1}=0 \\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{AA_1}=0 \end{cases}$，即 $\begin{cases} -\sqrt{2}x-\sqrt{2}y+\sqrt{5}z=0 \\ 2\sqrt{2}y=0 \end{cases}$，

令 $x=\sqrt{5}$，则 $z=\sqrt{2}$，所以 $\vec{m}=(\sqrt{5},0,\sqrt{2})$，………………………………6 分

同理，设平面 $B_1A_1C_1$ 的法向量 $\vec{n}=(x,y,z)$，则 $\begin{cases} \vec{n}\cdot\overrightarrow{A_1C_1}=0 \\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{A_1B_1}=0 \end{cases}$，即 $\begin{cases} -\sqrt{2}x-\sqrt{2}y+\sqrt{5}z=0 \\ -2\sqrt{2}x=0 \end{cases}$，

令 $y=\sqrt{5}$，则 $z=\sqrt{2}$，所以 $\vec{n}=(0,\sqrt{5},\sqrt{2})$，………………………………7 分

所以$\cos\langle\vec{m},\vec{n}\rangle=\dfrac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}|\cdot|\vec{n}|}=\dfrac{2}{\sqrt{7}\cdot\sqrt{7}}=\dfrac{2}{7}$，……………………………8 分

设二面角$A-A_1C_1-B_1$的大小为θ，则$\sin\theta=\sqrt{1-(\frac{2}{7})^2}=\dfrac{3\sqrt{5}}{7}$，

所以二面角$A-A_1C_1-B_1$的正弦值为$\dfrac{3\sqrt{5}}{7}$. ……………………9 分

（III）由N为棱B_1C_1中点得$N\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2},\dfrac{3\sqrt{2}}{2},\dfrac{\sqrt{5}}{2}\right)$，设$M(a,b,0)$，则$\overrightarrow{MN}=\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}-a,\dfrac{3\sqrt{2}}{2}-b,\dfrac{\sqrt{5}}{2}\right)$，

所以$\begin{cases}\overrightarrow{MN}\cdot\overrightarrow{A_1B_1}=0\\ \overrightarrow{MN}\cdot\overrightarrow{A_1C_1}=0\end{cases}$即$\begin{cases}\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}-a\right)\cdot(-2\sqrt{2})=0\\ \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}-a\right)\cdot(-\sqrt{2})+\left(\dfrac{3\sqrt{2}}{2}-b\right)\cdot(-\sqrt{2})+\dfrac{\sqrt{5}}{2}\cdot\sqrt{5}=0\end{cases}$，解得$\begin{cases}a=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\\ b=\dfrac{\sqrt{2}}{4}\end{cases}$，

故$M\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2},\dfrac{\sqrt{2}}{4},0\right)$，……………………………11 分

因此$\overrightarrow{BM}=\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2},\dfrac{\sqrt{2}}{4},0\right)$，所以线段$BM$的长为$|\overrightarrow{BM}|=\dfrac{\sqrt{10}}{4}$. ……………………………12 分

22. 解：（Ⅰ）由于P_3，P_4两点关于y轴对称，故由题设知C经过P_3，P_4两点.

又由$\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}>\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{3}{4b^2}$知，$C$不经过点$P_1$，所以点$P_2$在$C$上. ……………………………2 分

因此$\begin{cases}\dfrac{1}{b^2}=1\\ \dfrac{1}{a^2}+\dfrac{3}{4b^2}=1\end{cases}$，解得$\begin{cases}a^2=4\\ b^2=1\end{cases}$. 故$C$的方程为$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$. ……………………………5 分

（Ⅱ）设直线P_2A与直线P_2B的斜率分别为k_1,k_2，

如果l与x轴垂直，设$l:x=t$，由题设知$t\neq0$，且$|t|<2$，可得$A(t,\dfrac{\sqrt{4-t^2}}{2})$，$B(t,-\dfrac{\sqrt{4-t^2}}{2})$

则$k_1+k_2=\dfrac{\sqrt{4-t^2}-2}{2t}-\dfrac{\sqrt{4-t^2}+2}{2t}=-1$，得$t=2$，不符合题设. ………………………6 分

从而可设$l:y=kx+m$（$m\neq1$），$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$

将$y=kx+m$代入$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$得$\left(4k^2+1\right)x^2+8kmx+4m^2-4=0$ ………………………7 分

由题设可知$\Delta=16\left(4k^2-m^2+1\right)>0$，则$x_1+x_2=-\dfrac{8km}{4k^2+1}$，$x_1x_2=\dfrac{4m^2-4}{4k^2+1}$. ……………8 分

而$k_1+k_2=\dfrac{y_1-1}{x_1}+\dfrac{y_2-1}{x_2}=\dfrac{kx_1+m-1}{x_1}+\dfrac{kx_2+m-1}{x_2}=\dfrac{2kx_1x_2+(m-1)(x_1+x_2)}{x_1x_2}$. ………9 分

由题设$k_1+k_2=-1$，故$(2k+1)x_1x_2+(m-1)(x_1+x_2)=0$.

即$(2k+1)\cdot\dfrac{4m^2-4}{4k^2+1}+(m-1)\cdot\dfrac{-8km}{4k^2+1}=0$. 解得$k=-\dfrac{m+1}{2}$. ……………………………11 分

当且仅当$m>-1$时，$\Delta>0$，欲使$l:y=-\dfrac{m+1}{2}x+m$，即$y+1=-\dfrac{m+1}{2}(x-2)$，

所以l过定点$(2,-1)$. ……………………………12 分