泉州七中2020-2021学年度上学期高二年数学周练（八）

命题人：曹东方 卢盛林　20201112

一、选择题（本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

1.已知向量$\vec{a}=(-1,2)$，$\vec{b}=(2,-1)$，若$\vec{b}$与$\lambda\vec{a}+\vec{b}(\lambda\in\mathbf{R})$垂直，则$\lambda=$（　　）

A．$\frac{5}{4}$　　B．$-\frac{5}{4}$　　C．$-\frac{1}{2}$　　D．$\frac{1}{2}$

2.设α,β表示两个不同平面，m表示一条直线，下列命题正确的是（　　）

A．若$m//\alpha$，$\alpha//\beta$，则$m//\beta$.　　B．若$m//\alpha$，$m//\beta$，则$\alpha//\beta$.

C．若$m\subset\alpha$，$\alpha//\beta$，则$m//\beta$.　　D．若$m\subset\alpha$，$m//\beta$，则$\alpha//\beta$.

3.已知$\triangle ABC$的内角A,B,C所对的边分别为a,b,c，若$\tan B+\tan C=1-\tan B\cdot\tan C$，且$bc=2$，则$\triangle ABC$的面积为（　　）

A．$2\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\frac{\sqrt{2}}{4}$　　D．$\frac{\sqrt{2}}{2}$

4.在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，BB_1和C_1D_1的中点分别为M,N，若以A,M,N所确定的平面将正方体截为两个部分，则所得截面的形状为（　　）

A．六边形　　B．五边形　　C．四边形　　D．三角形

5.已知$\alpha,\beta\in\left(\frac{3\pi}{4},\pi\right)$，$\sin(\alpha+\beta)=-\frac{3}{5}$，$\sin\left(\beta-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{12}{13}$，则$\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=$（　　）

A．$-\frac{5}{13}$　　B．$-\frac{12}{65}$　　C．$-\frac{16}{65}$　　D．$-\frac{56}{65}$

6.若$\triangle ABC$的面积为$\frac{\sqrt{3}}{4}(a^2+c^2-b^2)$，且$\angle C$为钝角，$\frac{c}{a}$的取值范围是（　　）

A．$(0,2)$　　B．$(0,\sqrt{3})$　　C．$(\sqrt{3},+\infty)$　　D．$(2,+\infty)$

7.已知在锐角$\triangle ABC$中，$A=\frac{\pi}{3}$，$\left|\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{CB}\right|=2$，则$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$的取值范围是（　　）

A．$\left[-\frac{1}{4},+\infty\right)$　　B．$\left[-\frac{1}{4},0\right)$　　C．$(0,+\infty)$　　D．$(0,12)$

8.将函数$f(x)=\cos x$的图象先向右平移$\frac{5}{6}\pi$个单位长度，在把所得函数图象的横坐标变为原来的$\frac{1}{\omega}$ $(\omega>0)$倍，纵坐标不变，得到函数$g(x)$的图象，若函数$g(x)$在$(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2})$上没有零点，则$\omega$的取值范围是（　　）

A．$(0,\frac{2}{9}]\cup[\frac{2}{3},\frac{8}{9}]$　　B．$(0,\frac{2}{9}]$　　C．$(0,\frac{2}{9}]\cup[\frac{8}{9},1]$　　D．$(0,1]$

二、选择题（本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，有选错的得0分，部分选对的得3分.）

9.在$\triangle ABC$中，角A,B,C所对的边分别为a,b,c，已知$B=60^\circ$，$b=4$，下列判断正确的是（　　）

A．若$c=\sqrt{3}$，则角C有两解　　B．若$a=\frac{9}{2}$，则角C有两解

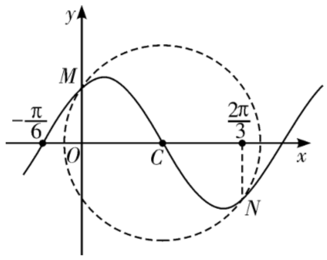
C．$\triangle ABC$为等边三角形时周长最大　　D．$\triangle ABC$为等边三角形时面积最小

10. 在$\triangle ABC$中，角A,B,C所对的边的长分别为a,b,c，则满足下面条件的三角形一定为直角三角形的是（　　）

A. $\sin A+\sin B=\sin C\left(\cos A+\cos B\right)$　　B. $\dfrac{\tan A}{\tan B}=\dfrac{a^2}{b^2}$

C. $\cos^2\dfrac{B}{2}=\dfrac{a+c}{2c}$　　D. $a\cos B-b\cos A=c$

11. 函数$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,0<\varphi<\pi)$的部分图象如图中实线所示，图中圆$C$与$f(x)$的图象交于$M,N$两点，且$M$在$y$轴上，则下列说法中正确的是（　　）



A. 函数$f(x)$在$\left(-\dfrac{3\pi}{2},-\pi\right)$上单调递增

B. 函数$f(x)$的图象关于点$\left(-\dfrac{2\pi}{3},0\right)$成中心对称

C. 函数$f(x)$的图象向右平移$\dfrac{5\pi}{12}$个单位后关于直线$x=\dfrac{5\pi}{6}$成轴对称

D. 若圆半径为$\dfrac{5\pi}{12}$，则函数$f(x)$的解析式为$f(x)=\dfrac{\sqrt{3}\pi}{6}\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$

12. 在棱长为1的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，若点P为侧面BCC_1B_1上的一动点，则下列结论正确的是（　　）

A. 若点P总保持$PA\perp BD$，则动点P的轨迹是一条线段；

B. 若点P到点A的距离为$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$，则动点P的轨迹是一段圆弧；

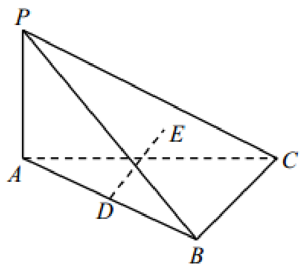
C. 若P到直线AD与直线CC_1的距离相等，则动点P的轨迹是一段抛物线；

D. 若P到直线BC与直线C_1D_1的距离比为$1:2$，则动点P的轨迹是一段双曲线.

三、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，若有两空，则第一空 2 分，第二空 3 分.）

13. 在$\triangle ABC$中，角A,B,C所对的边分别为a,b,c，$\angle ABC=120^\circ$，$\angle ABC$的平分线交AC于点D，且$BD=1$，则$4a+c$的最小值为___________.

14. 《九章算术》中，将四个面都为直角三角形的四面体称之为鳖臑.

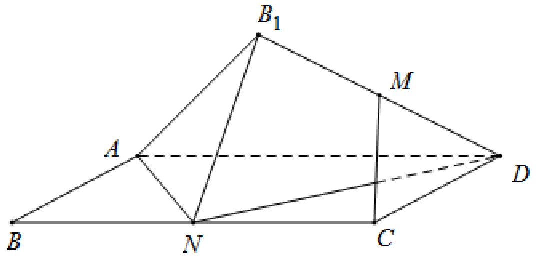


在如图所示的鳖臑$P-ABC$中，$PA\perp$平面ABC，$\angle ACB=90^\circ$，$CA=4$，$PA=2$，D为AB中点，E为$\triangle PAC$内的动点（含边界），且$PC\perp DE$.

①当E在AC上时，$AE=$_________；②点E的轨迹的长度为_________.

15. 已知三棱锥$A-BCD$内接于球O，$AB=AD=AC=BD=\sqrt{3}$，$\angle BCD=60^\circ$，则球O的表面积为___________.

16. 如图，矩形 $ABCD$ 中，$BC=2AB=2$，N 为边 BC 的中点，将 $\triangle ABN$ 绕直线 AN 翻折到 $\triangle AB_1N$，M 为线段 B_1D 的中点，则在 $\triangle ABN$ 翻折过程中，



①与平面 AB_1N 垂直的直线必与直线 CM 垂直；

②线段 CM 的长恒为 $\frac{\sqrt{5}}{2}$；

③异面直线 CM 与 NB_1 所成角的正切值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$；

④当三棱锥 B_1-AND 的体积最大时，三棱锥 B_1-AND 外接球的体积是 $\frac{4\pi}{3}$.

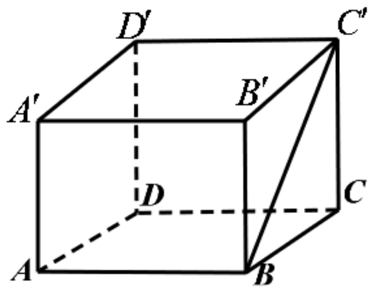
上面说法正确的所有序号是______.

四、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出必要文字说明、证明过程或演算步骤．第 17 小题满分 10 分，其他小题满分 12 分.）

17.（本小题满分 10 分）长方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中，$AB=2\sqrt{3}$，$AD=2\sqrt{3}$，$AA'=2$.

（Ⅰ）求异面直线 BC' 和 AD 所成的角；

（Ⅱ）求证：直线 BC'// 平面 $ADD'A'$.



18.（本小题满分 12 分）已知函数 $f(x)=\sin(2\omega x+\frac{5\pi}{6})+2\cos^2\omega x(\omega>0)$ 的最小正周期为 π.

（Ⅰ）求 $f(x)$ 的单调递减区间；

（Ⅱ）已知 $x_0\in\left(\frac{35\pi}{48},\frac{41\pi}{48}\right)$，且 $f(x_0)=\frac{4\sqrt{3}}{5}+1$，求 $f(x_0+\frac{\pi}{3})$ 的值.

19.（本小题满分 12 分）在① $a=2$；② $B=\frac{\pi}{4}$；③ $c=\sqrt{3}b$. 这三个条件中任选两个，补充在下面的问题中，并解决该问题.

在 $\triangle ABC$ 中，a,b,c 分别为内角 A,B,C 的对边，且满足 $(b-a)(\sin B+\sin A)=c\left(\sqrt{3}\sin B-\sin C\right)$.

（Ⅰ）求 A 的大小；

（Ⅱ）已知______，______，若 $\triangle ABC$ 存在，求 $\triangle ABC$ 的面积；若 $\triangle ABC$ 不存在，说明理由.

20.（本小题满分 12 分）在 ΔABC 中，内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c .
已知 $a\neq b,c=\sqrt{3}$， $\cos^2 A-\cos^2 B=\sqrt{3}\sin A\cos A-\sqrt{3}\sin B\cos B.$

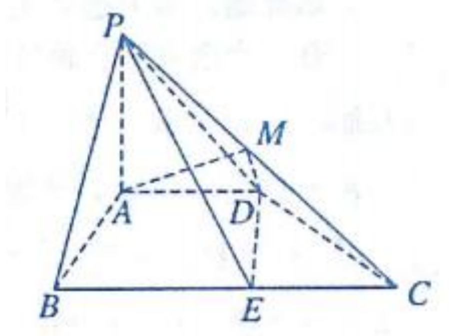
（Ⅰ）求角 C 的大小；

（Ⅱ）若 $\sin A=\dfrac{4}{5}$，求 ΔABC 的面积.

21.（本小题满分 12 分）如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $PA\perp$ 平面 $ABCD$， $PA=AB=AD=2$，
四边形 $ABCD$ 满足 $AB\perp AD$， $BC//AD$ 且 $BC=4$，点 M 为 PC 中点.

（Ⅰ）求证： $DM\perp$ 平面 PBC；

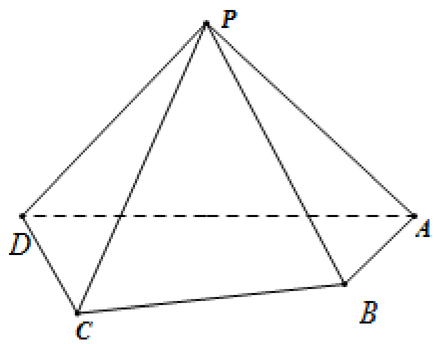
（Ⅱ）若点 E 为 BC 边上的动点，且 $\dfrac{BE}{EC}=\lambda$，是否存在实数 λ，使得二面角 $P-DE-B$ 的余弦值为 $\dfrac{2}{3}$？
若存在，求出实数 λ 的值；若不存在，请说明理由.



22.（本小题满分 12 分）如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中，平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$， $PA\perp PD$， $PA=PD$，
$AB\perp AD$， $AB=1$， $AD=2$， $AC=CD=\sqrt{5}$.

（Ⅰ）求直线 PB 与平面 PCD 所成角的正弦值；

（Ⅱ）在棱 PA 上是否存在点 M , 使得 $BM//$ 平面 PCD？若存在，求 $\dfrac{AM}{AP}$ 的值；若不存在，说明理由.



泉州七中 2020-2021 学年度上学期高二年数学周练（八）参考答案

一、选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

1-4:ACDB　　5-8: DDDA

8.【解析】函数 $f(x)=\cos x$ 的图象先向右平移 $\frac{5}{6}\pi$ 个单位长度，得 $y=\cos\left(x-\frac{5\pi}{6}\right)$ 的图象，

再将图象横坐标变为原来的 $\frac{1}{\omega}$ $(\omega>0)$ 倍(纵坐标不变)，得到函数 $g(x)=\cos\left(\omega x-\frac{5\pi}{6}\right)$ 的图象，

$\therefore$ 周期 $T=\frac{2\pi}{\omega}$，若函数 $g(x)$ 在 $(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2})$ 上没有零点，

$\therefore$ $\frac{\omega\pi}{2}-\frac{5\pi}{6}<\omega x-\frac{5\pi}{6}<\frac{3\omega\pi}{2}-\frac{5\pi}{6}$，$\therefore$ $\left(\frac{3\omega\pi}{2}-\frac{5\pi}{6}\right)-\left(\frac{\omega\pi}{2}-\frac{5\pi}{6}\right)\le\frac{T}{2}=\frac{\pi}{\omega}$，

$\therefore\omega^2\le1$，解得 $0<\omega\le1$，

又 $\begin{cases}-\frac{\pi}{2}+k\pi\le\frac{\omega\pi}{2}-\frac{5\pi}{6}\\ \frac{\pi}{2}+k\pi\ge\frac{3\omega\pi}{2}-\frac{5\pi}{6}\end{cases}$，解得 $\frac{3\omega}{2}-\frac{4}{3}\le k\le\frac{\omega}{2}-\frac{1}{3}$，当 $k=0$ 时，解 $\frac{2}{3}\le\omega\le\frac{8}{9}$，

当 $k=-1$ 时，$0<\omega\le1$，可得 $0<\omega\le\frac{2}{9}$，$\therefore\omega\in(0,\frac{2}{9}]\cup[\frac{2}{3},\frac{8}{9}]$.

二、选择题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 3 分.）

9. BC　　10. ACD　　11. BD　　12. ABD

三、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，若有两空，则第一空 2 分，第二空 3 分.）

13. 9　　14. 2；$\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　15. $\frac{9}{2}\pi$　　16. ①②④

16.【解析】取 AB_1 的中点 K，AD 的中点 O，连接 KM，KN，OB_1，ON，连接 OB 交 AN 于 E，连接 EB_1，

$\because$ K 是 AB_1 中点，N 是 BC 中点，$\therefore$　$KM\,//\,AD\,//\,NC$，$KM=\frac{1}{2}AD=NC$，

$\therefore$ $KMCN$ 是平行四边形，$CM\,//\,KN$，

又 $CM\not\subset$ 平面 ANB_1，$NK\subset$ 平面 ANB_1，

$\therefore$ $CM\,//$ 平面 B_1AN，与平面 AB_1N 垂直的直线必与直线 NK 垂直，即与 CM 垂直，故①正确；

$CM=NK=\sqrt{B_1N^2+B_1K^2}=\sqrt{1^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}$，故②正确；

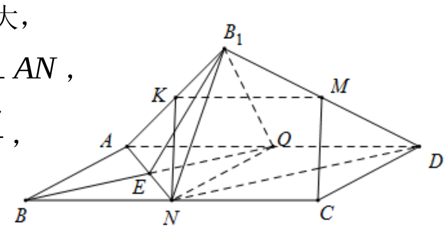
$\angle KNB_1$ 即为异面直线 CM 与 NB_1 所成的角，$\tan\angle KNB_1=\frac{B_1K}{B_1N}=\frac{1}{2}$，故③错误；

当平面 $AB_1N\perp$ 平面 AND 时，三棱锥 B_1-AND 的体积最大，

由已知 $AONB$ 是正方形，$OB\perp AN$，即 $B_1E\perp AN, OE\perp AN$，

$\therefore\angle OEB_1$ 是二面角 B_1-AN-O 的平面角，$\therefore\angle OEB_1=\frac{\pi}{2}$，

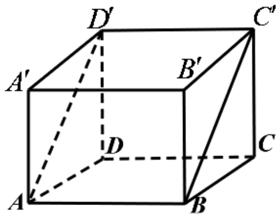
$OB_1=\sqrt{OE^2+EB_1^2}=\sqrt{OE^2+EA^2}=OA=ON=OD$，



O 为三棱锥 B_1-AND 外接球球心，且 $R=OA=1$，$V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi$，故④正确.

四、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出必要文字说明、证明过程或演算步骤．第 17 小题满分 10 分，其他小题满分 12 分）

17．解：（Ⅰ）由题意，$AD//BC$，$\therefore \angle C'BC$ 为异面直线 BC' 和 AD 所成的角，



$\because BC=2\sqrt{3}$，$AA'=2$，$\therefore \tan\angle C'BC=\dfrac{CC'}{BC}=\dfrac{2}{2\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，

$\therefore \angle C'BC=\dfrac{\pi}{6}$，即异面直线 BC' 和 AD 所成的角为 $\dfrac{\pi}{6}$；

（Ⅱ）连接 AD'，$\because AB//C'D'$，且 $AB=C'D'$，$\therefore$ 四边形 $ABC'D'$ 为平行四边形，

$\therefore BC'//AD'$，又 $BC'\not\subset$ 平面 $ADD'A'$，$AD'\subset$ 平面 $ADD'A'$，

$\therefore$ 直线 $BC'//$ 平面 $ADD'A'$．

18．解：（Ⅰ）$f(x)=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin 2\omega x+\dfrac{1}{2}\cos 2\omega x+1+\cos 2\omega x$

$$=\frac{3}{2}\cos 2\omega x-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2\omega x+1=\sqrt{3}\cos\left(2\omega x+\frac{\pi}{6}\right)+1.$$

由 $T=\dfrac{2\pi}{2\omega}=\pi$，得 $\omega=1$．

令 $2k\pi\le 2x+\dfrac{\pi}{6}\le 2k\pi+\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，解得 $k\pi-\dfrac{\pi}{12}\le x\le k\pi+\dfrac{5\pi}{12}$，$k\in\mathbf{Z}$．

所以 $f\left(x\right)$ 的单调递减区间为 $\left[k\pi-\dfrac{\pi}{12},k\pi+\dfrac{5\pi}{12}\right](k\in\mathbf{Z})$．

（Ⅱ）由 $f\left(x_0\right)=\dfrac{4\sqrt{3}}{5}+1$，得 $\cos\left(2x_0+\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{4}{5}$，因为 $x_0\in\left(\dfrac{35\pi}{48},\dfrac{41\pi}{48}\right)$，

所以 $2x_0+\dfrac{\pi}{6}\in\left(\dfrac{13\pi}{8},\dfrac{15\pi}{8}\right)$，所以 $\sin\left(2x_0+\dfrac{\pi}{6}\right)=-\dfrac{3}{5}$，

又 $f\left(x_0+\dfrac{\pi}{3}\right)=\sqrt{3}\cos\left[\left(2x_0+\dfrac{2\pi}{3}\right)+\dfrac{\pi}{6}\right]+1=\sqrt{3}\cos\left[\left(2x_0+\dfrac{\pi}{6}\right)+\dfrac{2\pi}{3}\right]+1$．

$$f\left(x_0+\frac{\pi}{3}\right)=\sqrt{3}\left[-\frac{1}{2}\cos\left(2x_0+\frac{\pi}{6}\right)-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\left(2x_0+\frac{\pi}{6}\right)\right]+1=\frac{19-4\sqrt{3}}{10}$$

19．解：（Ⅰ）因为 $\left(b-a\right)\left(\sin B+\sin A\right)=c\left(\sqrt{3}\sin B-\sin C\right)$，

又由正弦定理 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$，得 $\left(b-a\right)\left(b+a\right)=c\left(\sqrt{3}b-c\right)$，

即 $b^2+c^2-a^2=\sqrt{3}bc$，所以 $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{\sqrt{3}bc}{2bc}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

因为 $0<A<\pi$，所以 $A=\dfrac{\pi}{6}$．

（Ⅱ）方案一：选条件①和②.

由正弦定理 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$，得 $b=\dfrac{a}{\sin A}\sin B=\dfrac{2}{\sin\frac{\pi}{6}}\sin\dfrac{\pi}{4}=2\sqrt{2}$．

$$C=\pi-A-B=\pi-\frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{4}=\frac{7\pi}{12}.$$

$$\sin\frac{7\pi}{12}=\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$$

所以$\triangle ABC$的面积$S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}\times 2\times 2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}=\sqrt{3}+1$.

方案二：选条件①和③. 由余弦定理$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，得$4=b^2+3b^2-3b^2$，

则$b^2=4$，所以$b=2$. 所以$c=\sqrt{3}b=2\sqrt{3}$，

所以$\triangle ABC$的面积$S=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\times 2\times 2\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=\sqrt{3}$.

方案三：选条件②和③，这样的三角形不存在，理由如下：

因为$c=\sqrt{3}b$由正弦定理得$\sin C=\sqrt{3}\sin B=\sqrt{3}\sin\frac{\pi}{4}=\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{6}}{2}>1$，

不成立，所以这样的三角形不存在.

20. 解：（Ⅰ）由题意得，$\frac{1+\cos 2A}{2}-\frac{1+\cos 2B}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2A-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2B$，

即$\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2A-\frac{1}{2}\cos 2A=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2B-\frac{1}{2}\cos 2B$，即$\sin(2A-\frac{\pi}{6})=\sin(2B-\frac{\pi}{6})$，

由$a\neq b$得，$A\neq B$，又$A+B\in\left(0,\pi\right)$，得$2A-\frac{\pi}{6}+2B-\frac{\pi}{6}=\pi$，

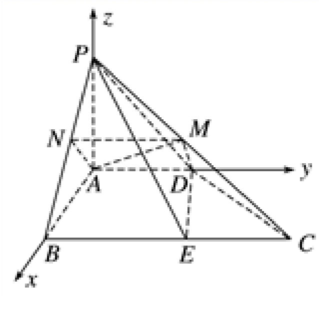
即$A+B=\frac{2\pi}{3}$，所以$C=\frac{\pi}{3}$；

（Ⅱ）由$c=\sqrt{3}$，$\sin A=\frac{4}{5}$，$\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$得$a=\frac{8}{5}$，

由$a<c$，得$A<C$，从而$\cos A=\frac{3}{5}$，

故$\sin B=\sin\left(A+C\right)=\sin A\cos C+\cos A\sin C=\frac{4+3\sqrt{3}}{10}$，

所以ΔABC的面积为$S=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{8\sqrt{3}+18}{25}$.



21. 解：（Ⅰ）如图，取PB中点N，连结MN,AN.

$\because M$是PC中点，$\therefore MN//BC$，$MN=\frac{1}{2}BC=2$.

又$\because BC//AD$，$AD=2$，

$\therefore MN//AD$，$MN=AD$，$\therefore$四边形$ADMN$为平行四边形.

$\because AP\perp AD$，$AB\perp AD$，$AP\cap AB=A$，$\therefore AD\perp$平面PAB.

$\because AN\subset$平面PAB，$\therefore AD\perp AN$，$\therefore AN\perp MN$.

$\because AP=AB$，$\therefore AN\perp PB$，$MN\cap PB=N$，$\therefore AN\perp$平面PBC.

$\because AN//DM$，$\therefore DM\perp$平面PBC.

（Ⅱ）存在符合条件的λ. 以A为原点，$\overrightarrow{AB}$方向为x轴的正方向，$\overrightarrow{AD}$方向为y轴的正方向，

$\overrightarrow{AP}$方向为z轴的正方向，建立如图所示的空间直角坐标系.

设 $E(2,t,0)(0\le t\le 4)$，$P(0,0,2),D(0,2,0),B(2,0,0)$，

则 $\overrightarrow{PD}=(0,2,-2)$，$\overrightarrow{DE}=(2,t-2,0)$．设平面 PDE 的法向量 $\vec{n}_1=(x,y,z)$

则 $\vec{n}_1\overrightarrow{PD}=0$，$\vec{n}_1\overrightarrow{DE}=0$，$\therefore\begin{cases}2y-2z=0\\2x+(t-2)y=0\end{cases}$，令 $y=2$，则 $z=2$，$x=t-2$，

取平面 PDE 的一个法向量为 $\vec{n}_1=(2-t,2,2)$．

又平面 DEB 即为 xAy 平面，故其一个法向量为 $\vec{n}_2=(0,0,1)$，

$\therefore\cos\langle\vec{n}_1,\vec{n}_2\rangle=\dfrac{\vec{n}_1\vec{n}_2}{|\vec{n}_1||\vec{n}_2|}=\dfrac{2}{\sqrt{(2-t)^2+4+4}}=\dfrac{2}{3}$．

解得 $t=3$ 或 $t=1$，$\therefore\lambda=3$ 或 $\lambda=\dfrac{1}{3}$．

22．解：（Ⅰ）取 AD 的中点 O，连结 PO,CO．

因为 $PA=AD$，所以 $PO\perp AD$．

又因为平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$ 且交线为 AD，

所以 $PO\perp$ 平面 $ABCD$．

因为 $CO\subset$ 平面 $ABCD$，所以 $PO\perp CO$．

因为 $AC=CD$，所以 $CO\perp AD$．如图建立空间直角坐标系 $O-xyz$．

由题意得 $A(0,1,0),B(1,1,0),C(2,0,0),D(0,-1,0),P(0,0,1)$

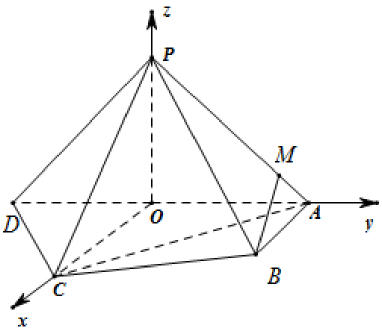
设平面 PCD 的法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$，则 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{PD}=0,\\\vec{n}\cdot\overrightarrow{PC}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}-y-z=0\\2x-z=0\end{cases}$

令 $z=2$，则 $x=1,y=-2$．所以 $\vec{n}=(1,-2,2)$．

又 $\overrightarrow{PB}=(1,1,-1)$，

所以 $\cos\langle\vec{n},\overrightarrow{PB}\rangle=\dfrac{\vec{n}\cdot\overrightarrow{PB}}{|\vec{n}||\overrightarrow{PB}|}=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$．

所以直线 PB 与平面 PCD 所成角的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$．



（Ⅱ）设 M 是棱 PA 上一点，则存在 $\lambda\in[0,1]$ 使得 $\overrightarrow{AM}=\lambda\overrightarrow{AP}$．

因此点 $M(0,1-\lambda,\lambda)$，$\overrightarrow{BM}=(-1,-\lambda,\lambda)$．

因为 $BM\not\subset$ 平面 PCD，所以 $BM//$ 平面 PCD

当且仅当 $\overrightarrow{BM}\cdot\vec{n}=0$，即 $(-1,-\lambda,\lambda)\cdot(1,-2,2)=0$，解得 $\lambda=\dfrac{1}{4}$．

所以在棱 PA 上存在点 M 使得 $BM//$ 平面 PCD，此时 $\dfrac{AM}{AP}=\dfrac{1}{4}$．