泉州七中 2021-2022 学年度高二上数学周练（5）

命题 梁木华　审核 陈炳烈 2021.10.1

一、选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

1. 若$\vec{a},\vec{b}$是平面α内的两个向量，则（　　）

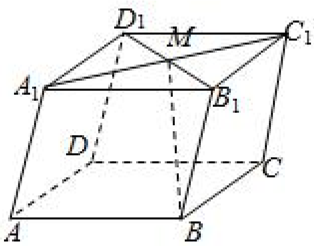
A．α内任一向量$\vec{p}=\lambda\vec{a}+\mu\vec{b}$ (λ，$\mu\in R$)

B．若存在λ，$\mu\in R$ 使$\lambda\vec{a}+\mu\vec{b}=\vec{0}$，则$\lambda=\mu=0$

C．若$\vec{a},\vec{b}$不共线，则空间任一向量$\vec{p}=\lambda\vec{a}+\mu\vec{b}$ (λ，$\mu\in R$)

D．若$\vec{a},\vec{b}$不共线，则α内任一向量$\vec{p}=\lambda\vec{a}+\mu\vec{b}$ (λ，$\mu\in R$)

2. 如图，在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，M 为 A_1C_1 与 B_1D_1 的交点.若$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AA_1}=\vec{c}$，则下列向量中与$\overrightarrow{BM}$相等的向量是（　　）



A．$-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}+\vec{c}$　　B．$\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}+\vec{c}$　　C．$-\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}+\vec{c}$　　D．$\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}+\vec{c}$

3. 已知四面体$ABCD$中，AB、AC、AD两两互相垂直，则下列结论中不成立的是（　　）.

A．$\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right|=\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}\right|$

B．$\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right|^2=\left|\overrightarrow{AB}\right|^2+\left|\overrightarrow{AC}\right|^2+\left|\overrightarrow{AD}\right|^2$

C．$\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)\cdot\overrightarrow{BC}=0$

D．$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}$

4. 在长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AB=BC=2$，$AA_1=1$，则直线BC_1与平面BB_1DD_1所成角的正弦值为（　　）

A．$\frac{\sqrt{6}}{3}$　　B．$\frac{\sqrt{10}}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{15}}{5}$　　D．$\frac{\sqrt{10}}{5}$

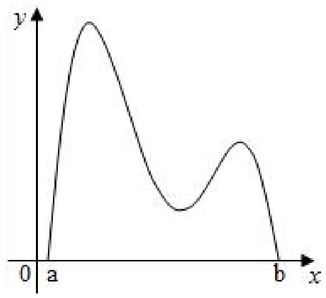
5. 在棱长为 1 的正四面体$ABCD$中，点M满足$\overrightarrow{AM}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}+(1-x-y)\overrightarrow{AD}$，点$N$满足$\overrightarrow{DN}=\lambda\overrightarrow{DA}-(\lambda-1)\overrightarrow{DB}$，当$AM$、$DN$最短时，$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{MN}=$（　　）

A．$-\frac{1}{3}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$-\frac{2}{3}$　　D．$\frac{2}{3}$

6. 已知两点 A$(-3,4)$，B$(3,2)$，过点$P(1,0)$的直线 l 与线段 AB 有公共点，则直线 l 的斜率 k 的取值范围是(　　)

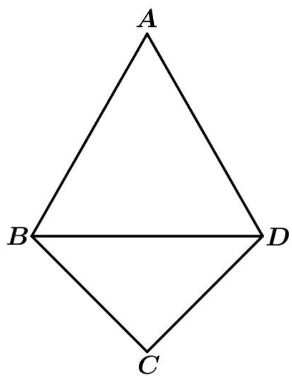
A. $(-1,1)$　　B. $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$　　C. $[-1,1]$　　D. $(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$

7. 函数$y=f(x)$的图象如图所示，在区间$[a,b]$上可找到$n(n\geq 2)$个不同的数x_1，x_2，…，x_n，使得$\frac{f(x_1)}{x_1}=\frac{f(x_2)}{x_2}=\dots=\frac{f(x_n)}{x_n}$，则 n 的取值的集合为(　　)



A. $\{2,3\}$　　B. $\{3,4\}$　　C. $\{2,3，4\}$　　D. $\{3,4，5\}$

8. 如图，四边形$ABCD$，$AB=BD=DA=2$，$BC=CD=\sqrt{2}$.现将$\triangle ABD$沿BD折起，当二面角$A-BD-C$的平面角处于$\left[\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}\right]$过程中,直线$AB$与$CD$所成角的余弦值的取值范围是（　　）



A. $\left[-\frac{5\sqrt{2}}{8},\frac{\sqrt{2}}{8}\right]$　　B. $\left[\frac{\sqrt{2}}{8},\frac{5\sqrt{2}}{8}\right]$　　C. $\left[0,\frac{\sqrt{2}}{8}\right]$　　D. $\left[0,\frac{5\sqrt{2}}{8}\right]$

二、多选题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 2 分）.

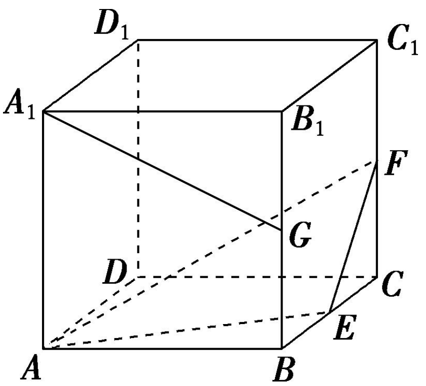
9. 已知向量$\overrightarrow{AB}=(2,2,1),\overrightarrow{AC}=(4,5,3)$，则平面$ABC$的一个单位法向量是（　　）

A. $\left(\frac{1}{3},-\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right)$　　B. $\left(-\frac{1}{3},\frac{2}{3},-\frac{2}{3}\right)$　　C. $\left(\frac{1}{2},-1,1\right)$　　D. $\left(-\frac{1}{2},1,-1\right)$

10. 已知$\vec{x}=\vec{a}+\vec{b}$，$\vec{y}=\vec{b}+\vec{c}$，$\vec{z}=\vec{c}+\vec{a}$，且$\{\vec{a},\vec{b},\vec{c}\}$是空间的一个基底，给出下列向量组，其中可以作为空间一个基底的向量组有（　　）

A．$\{\vec{a},\vec{b},\vec{x}\}$　　B．$\{\vec{x},\vec{y},\vec{z}\}$　　C．$\{\vec{b},\vec{c},\vec{z}\}$　　D．$\{\vec{x},\vec{y},\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\}$．

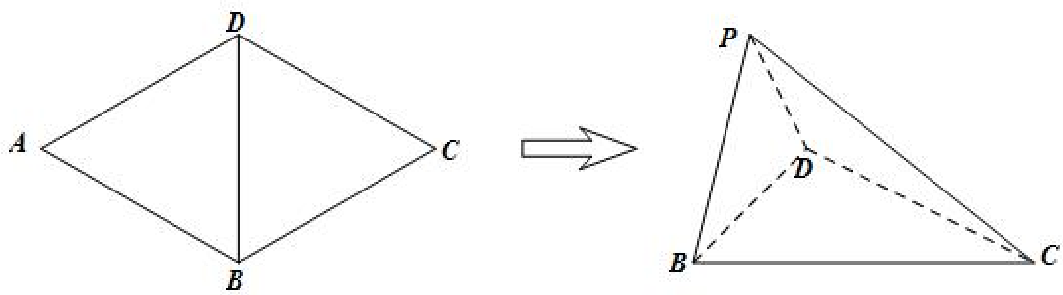
11. 如图，正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，点 E，F，G 分别为 BC，CC_1，BB_1 的中点. 则（　　）



A．直线 D_1D 与直线 AF 垂直.　　　　B．直线 A_1G 与平面 AEF 平行.

C．平面 AEF 截正方体所得的截面面积为$\frac{9}{8}$.　　D．点 C 与点 G 到平面 AEF 的距离相等.

12. 如图，在菱形 $ABCD$ 中，$AB=2$，$\angle BAD=60°$，将△ABD 沿对角线 BD 翻折到△PBD 位置，连结 PC，则在翻折过程中，下列说法正确的是



A． PC 与平面 BCD 所成的最大角为 $45°$

B．存在某个位置，使得 $PB\perp DC$

C．当二面角 $P-BD-C$ 的大小为 $90°$ 时， $PC=\sqrt{6}$

D．存在某个位置，使得点 B 到平面 PDC 的距离为 $\sqrt{3}$.

三、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，若有两空，则第一空 2 分，第二空 3 分.）

13. 已知直线 l_1,l_2 的方向向量分别为 $\vec{m}=(-4,3),\vec{n}=(1,-7)$,则直线 l_1 与 l_2 的夹角=______.

14. 已知$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=4$，向量$\vec{a}$，$\vec{b}$的夹角为$\frac{\pi}{3}$，若向量$k\vec{a}+\vec{b}$, $\vec{a}-2\vec{b}$的夹角为钝角，则实数 k 的取值范围为____________.

15. 在△ABC中，a、b、c 分别是角 A、B、C 的对边，若 $c\cos B+b\cos C=2a\cos A$，$\overrightarrow{AM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+$

$\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，且$AM=1$，则$b+2c$的最大值是________.

16. 在三棱锥$P-ABC$中，$PA\perp$平面 ABC，△ABC 是边长为 $2\sqrt{3}$的正三角形，$PA=2\sqrt{5}$，则平面 PBC 被三棱锥$P-ABC$外接球截得小圆的面积是______，该外接球的体积是__________.

四、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出必要文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17 小题满分 10 分，其他小题满分 12 分）

17. (本题 10 分)

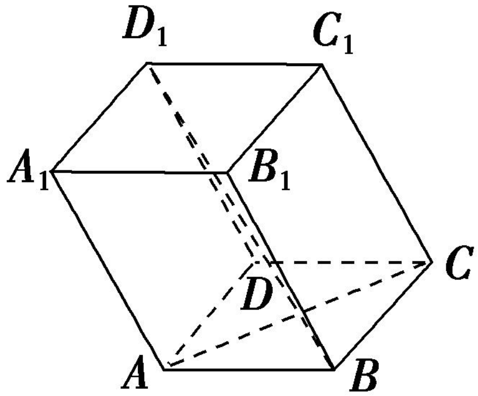
（1）已知实数 x，y 满足方程 $x+2y-6=0$，当 $1\le x\le 3$ 时，求 $\frac{y+1}{x-2}$ 的取值范围；

（2）已知实数 x，y 满足 $y=x^2-2x+2\ (-1\le x\le 1)$，求 $\frac{y+3}{x+2}$ 的最大值和最小值.

18. 已知 $A(-m-3,2)$，$B(-2m-4,4)$，$C(-m,m)$，$D(3,3m+2)$，若直线$AB\perp CD$，求 m 的值.

19. 如图，已知平行六面体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为 a 的正方形，侧棱 AA_1 长为 b，且 $\angle A_1AB=\angle A_1AD=120°$.

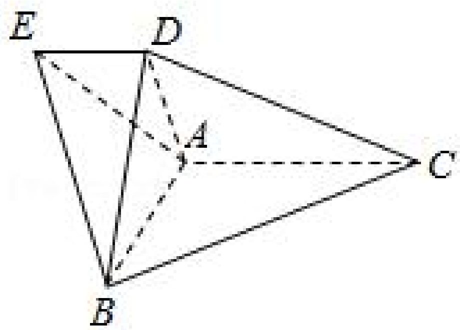
（1）求 AC_1 的长；（2）求异面直线 BD_1 和 AC 所成角的余弦值.



20. (合肥三模)如图，在多面体 $ABCDE$ 中，平面 $ABD\perp$ 平面 ABC，$AB\perp AC$，$AE\perp BD$，$DE \mathrel{\underline{\parallel}} \frac{1}{2}AC$，$AD=BD=1$.

（1）求 AB 的长；

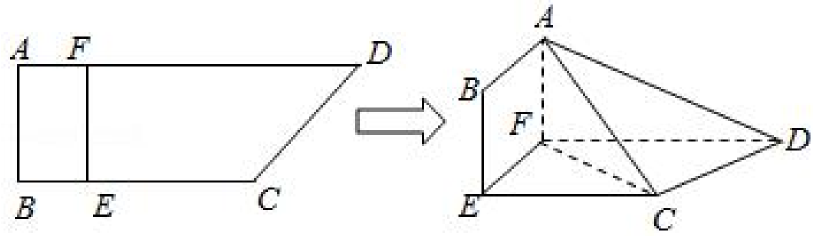
（2）已知 $2\leqslant AC\leqslant 4$，求点 E 到平面 BCD 的距离的最大值.



21. 如图，四边形$ABCD$中，$AB\perp AD$，$AD//BC$，$AD=6$，$BC=2AB=4$，E，F分别在BC，AD上，$EF//AB$，现将四边形$ABCD$沿EF折起，使平面$ABEF\perp$平面$EFDC$．

（1）若$BE=1$，是否在折叠后的线段AD上存在一点P，且$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{PD}$，使得$CP//$平面$ABEF$？若存在，求出$\lambda$的值，若不存在，说明理由；

（2）求三棱锥$A-CDF$的体积的最大值，并求出此时二面角E－AC－D的平面角的余弦值．



22.（2020 高考•新课标Ⅱ）如图，已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面是正三角形，侧面 BB_1C_1C 是矩形，M，N 分别为 BC，B_1C_1 的中点，P 为 AM 上一点．过 B_1C_1 和 P 的平面交 AB 于 E，交 AC 于 F．

（1）证明：$AA_1 // MN$，且平面 $A_1AMN \perp$ 平面 EB_1C_1F；

（2）设 O 为 $\triangle A_1B_1C_1$ 的中心．若 $AO //$ 平面 EB_1C_1F，且 $AO=AB$，求直线 B_1E 与平面 A_1AMN 所成角的正弦值．