

一、单项选择题：在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的。

1. 在空间四点 O, A, B, C 中, 若 $\{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}\}$ 是空间的一个基底, 则下列命题不正确是 ()

- A. O, A, B, C 四点不共线 B. O, A, B, C 四点共面, 但不共线
C. O, A, B, C 四点不共面 D. O, A, B, C 四点中任意三点不共线

2. 若直线 l 的一个方向向量为 $a=(2, 5, 7)$, 平面 α 的一个法向量为 $u=(1, 1, -1)$, 则 ()

- A. $l // \alpha$ 或 $l \subset \alpha$ B. $l \perp \alpha$ C. $l \subset \alpha$ D. l 与 α 斜交

3. 在四面体 $OABC$ 中, E 为 OA 中点, $\overrightarrow{CF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$, 若 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$, 则 $\overrightarrow{EF} =$

- A. $\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b} - \frac{2}{3}\vec{c}$ B. $-\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{4}{3}\vec{c}$ C. $-\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c}$ D. $-\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{2}{3}\vec{c}$ ()

4. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=BC=a$, $AA_1=2a$, 则点 D_1 到直线 AC 的距离为 ()

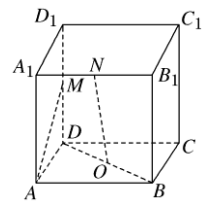
- A. $\sqrt{3}a$ B. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$ C. $\frac{2\sqrt{2}a}{3}$ D. $\frac{3\sqrt{2}a}{2}$

5. 设 $x, y \in R$, 向量 $\vec{a} = (x, 1, 1), \vec{b} = (1, y, 1), \vec{c} = (2, -4, 2)$, 且 $\vec{a} \perp \vec{c}, \vec{b} // \vec{c}$, 则 $|\vec{a} + \vec{b}| =$ ()

- A. $2\sqrt{2}$ B. $\sqrt{10}$ C. 3 D. 4

6. 如图所示, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, O 是底面正方形 $ABCD$ 的中心, M 是 D_1D 的中点, N 是 A_1B_1 的中点, 则直线 NO, AM 的位置关系是 ()

- A. 平行 B. 相交
C. 异面垂直 D. 异面不垂直



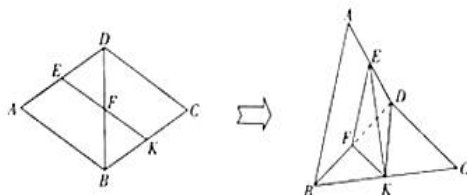
7. 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AA_1=2A_1B_1=2B_1C_1$, 且 $AB \perp BC$, 点 M 是 A_1C_1 的中点, 则异面直线 MB 与 AA_1 所成角的余弦值为 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ D. $\frac{1}{2}$

8. (如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle BAD=60^\circ$, 线段 AD, BD, BC 的中点分别为 E, F, K , 连接 EF, FK . 现

将 $\triangle ABD$ 绕对角线 BD 旋转, 令二面角 $A-BD-C$ 的平面角为 α , 则在旋转过程中有 ()

- A. $\angle EFK \leq \alpha$ B. $\angle EFK \geq \alpha$
C. $\angle EDK \leq \alpha$ D. $\angle EDK \geq \alpha$

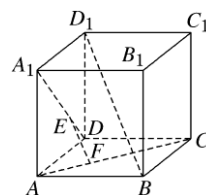


二、多项选择题:

9. 下列说法正确的有

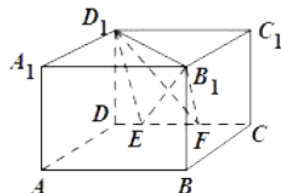
- A. 若 $p=xa+yb$, 则 p 与 a, b 共面 B. 若 p 与 a, b 共面, 则 $p=xa+yb$
C. 若 $\overrightarrow{MP} = x\overrightarrow{MA} + y\overrightarrow{MB}$, 则 P, M, A, B 共面 D. 若 P, M, A, B 共面, 则 $\overrightarrow{MP} = x\overrightarrow{MA} + y\overrightarrow{MB}$

10. 如图所示, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别在 A_1D, AC 上, 且 $A_1E = \frac{2}{3}A_1D, AF = \frac{1}{3}AC$, 则正确的选项为 ()



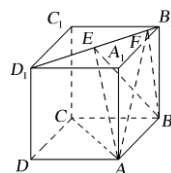
- A. EF 至多与 A_1D, AC 之一垂直 B. $EF \perp A_1D, EF \perp AC$
 C. EF 与 BD_1 相交 D. EF 与 BD_1 平行

11. 如图, 设 E, F 分别是正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱 DC 上两点, 且 $AB=2, EF=1$, 其中正确的命题为 ()



- A. 三棱锥 D_1-B_1EF 的体积为定值
 B. 异面直线 D_1B_1 与 EF 所成的角为 45°
 C. $D_1B_1 \perp$ 平面 B_1EF D. 直线 D_1B_1 与平面 B_1EF 所成的角为 30°

12. 如图所示, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, 线段 B_1D_1 上有两个动点 E, F 且 $EF = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 则下列结论中正确的是 ()



- A. $AC \perp BE$ B. $EF \parallel$ 平面 $ABCD$
 C. 三棱锥 $A-BEF$ 的体积为定值 D. 异面直线 AE, BF 所成的角为定值

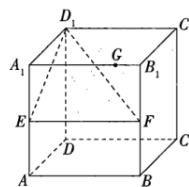
三、填空题:

13. 已知空间向量 $\vec{PA}, \vec{PB}, \vec{PC}$ 的模长分别为 1, 2, 3, 且两两夹角均为 60° . 点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心, 若 $\vec{PG} = x\vec{PA} + y\vec{PB} + z\vec{PC}$, $x, y, z \in \mathbb{R}$, 则 $x+y+z =$ _____; $|\vec{PG}| =$ _____.

14. 已知向量 $a = (5, 3, 1), b = (-2, t, -\frac{2}{5})$, 若 a 与 b 的夹角为钝角, 则实数 t 的取值范围为 _____.

15. 下列命题: ①直线 l 的方向向量为 $a = (1, -1, 2)$, 直线 m 的方向向量 $b = (2, 1, -\frac{1}{2})$, 则 l 与 m 垂直; ②直线 l 的方向向量 $a = (0, 1, -1)$, 平面 α 的法向量 $n = (1, -1, -1)$, 则 $l \perp \alpha$; ③平面 α, β 的法向量分别为 $n_1 = (0, 1, 3), n_2 = (1, 0, 2)$, 则 $\alpha \parallel \beta$; ④平面 α 经过三点 $A(1, 0, -1), B(0, 1, 0), C(-1, 2, 0)$, 向量 $n = (1, u, t)$ 是平面 α 的法向量, 则 $u+t=1$. 其中为真命题的是 _____; (把你认为正确命题的序号都填上).

16. 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别为棱 AA_1, BB_1 的中点, G 为棱 A_1B_1 上的一点, 且 $A_1G = \lambda (0 < \lambda < 2)$, 则点 G 到平面 D_1EF 的距离为 _____.



四、解答题：（解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。）

17. 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中， D 是 BC 的中点， $AA_1=AB=2$.

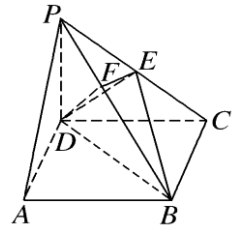
(1) 求证： $A_1C \parallel$ 平面 AB_1D ;

(2) 求点 C_1 到平面 AB_1D 的距离.

18. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是正方形，侧棱 $PD \perp$ 底面 $ABCD$ ， $PD=DC$ ， E 为 PC 的中点， $EF \perp BP$ 于点 F .

求证：(1) $PA \parallel$ 平面 EDB ;

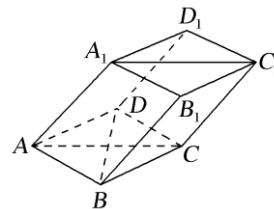
(2) $PB \perp$ 平面 EFD .



19.如图,棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的所有棱长都等于2, $\angle ABC$ 和 $\angle A_1AC$ 均为 60° ; 平面 $AA_1C_1C \perp$ 平面 $ABCD$.

(1)求证: $BD \perp AA_1$;

(2)在直线 CC_1 上是否存在点 P ,使 $BP \parallel$ 平面 DA_1C_1 ? 若存在, 求出点 P 的位置; 若不存在, 请说明理由.



20.(2019 全国 II 卷)如图,长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 是正方形,点 E 在棱 AA_1 上, $BE \perp EC_1$.

(1)证明: $BE \perp$ 平面 EB_1C_1 ;

(2)若 $AE=A_1E$, 求二面角 $B-EC-C_1$ 的正弦值.

