

# 泉州七中 2021-2022 学年度高二上数学周练（4）

命题人：林婷 20210925

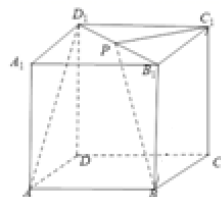
一、选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

1. 已知向量  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  两两夹角都是  $60^\circ$ ，其模都为 1，则  $|\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}|$  等于（ ）

- A.  $\sqrt{5}$                       B. 5                              C. 6                              D.  $\sqrt{6}$

2. 如图，在正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中， $P$  为  $B_1D_1$  的中点，则直线  $PB$  与  $AD_1$  所成的角为（ ）

- A.  $\frac{\pi}{2}$                               B.  $\frac{\pi}{3}$                               C.  $\frac{\pi}{4}$                               D.  $\frac{\pi}{6}$



3. 若  $A, B, C$  三点共线， $O$  是这条直线外的一点，且满足  $m\vec{OA} - 2\vec{OB} + \vec{OC} = \vec{0}$ ，则  $m$  的值为（ ）

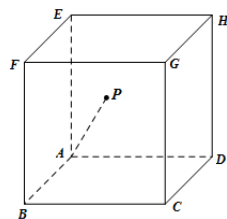
- A. -1                              B. 1                              C. 2                              D. 3

4. 如图， $ABCD-EFGH$  是棱长为 1 的正方体，若  $P$  在正方体内部且满足

$$\vec{AP} = \frac{3}{4}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AD} + \frac{2}{3}\vec{AE}$$

则  $P$  到  $AB$  的距离为（ ）

- A.  $\frac{3}{4}$                               B.  $\frac{4}{5}$                               C.  $\frac{5}{6}$                               D.  $\frac{3}{5}$



5. 已知平面向量  $\vec{AC}$  在  $\vec{AB}$  上的投影是 -1， $|\vec{AB}| = 1, |\vec{BC}| = \sqrt{7}$ ，则  $|\vec{AC}|$  的值为（ ）

- A.  $\sqrt{3}$                               B.  $2\sqrt{2}$                               C. 1                              D. 2

6. 设动点  $P$  在棱长为 1 的正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的对角线  $BD_1$  上，记  $\frac{D_1P}{D_1B} = \lambda$ ，当  $\angle APC$  为钝角时， $\lambda$  的取值范围是（ ）

- A.  $(\frac{1}{3}, 1)$                       B.  $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$                       C.  $(\frac{2}{3}, 1)$                       D.  $(\frac{1}{2}, 1)$

7. 四棱锥  $P-ABCD$  中，底面  $ABCD$  是一个平行四边形， $PA \perp$  底面  $ABCD$ ， $\vec{AB} = (2, -1, -4)$ ， $\vec{AD} = (4, 2, 0)$ ， $\vec{AP} = (-1, 2, -1)$ 。则四棱锥  $P-ABCD$  的体积为（ ）

- A. 8                              B. 48                              C. 32                              D. 16

8. 已知  $E, F, O$  分别是正方形  $ABCD$  边  $BC, AD$  及对角线  $AC$  的中点，将三角形  $ACD$  沿着  $AC$  进行翻折构成三棱锥，则在翻折过程中，直线  $EF$  与平面  $BOD$  所成角的余弦值的取值范围为（ ）

- A.  $(0, \frac{\sqrt{2}}{2})$                       B.  $(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1)$                       C.  $(\frac{1}{2}, 1)$                       D.  $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$

二、选择题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 2 分.）

9. 已知空间向量  $\vec{a} = (-2, -1, 1)$ ， $\vec{b} = (3, 4, 5)$ ，则下列结论正确的是（ ）

- A.  $(2\vec{a} + \vec{b}) // \vec{a}$                       B.  $5|\vec{a}| = \sqrt{3}|\vec{b}|$   
 C.  $\vec{a} \perp (5\vec{a} + 6\vec{b})$                       D.  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  夹角的余弦值为  $\frac{\sqrt{3}}{6}$

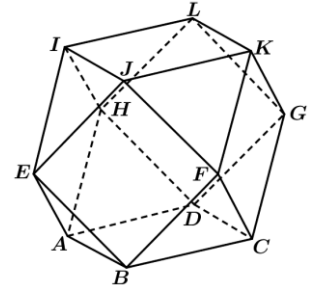
10. 在正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中，点  $O$  是四边形  $ABCD$  的中心，关于直线  $A_1O$ ，下列说法错误的是（ ）

- A.  $A_1O // D_1C$                       B.  $A_1O \perp BC$   
 C.  $A_1O //$  平面  $B_1CD_1$                       D.  $A_1O \perp$  平面  $AB_1D_1$

11. 有下列四个命题, 其中正确的命题有 ( )

- A. 已知  $A, B, C, D$  是空间任意四点, 则  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \mathbf{0}$
- B. 若两个非零向量  $\overrightarrow{AB}$  与  $\overrightarrow{CD}$  满足  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \mathbf{0}$ , 则  $\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{CD}$
- C. 已知向量  $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$  组是空间的一个基底, 若  $\vec{m} = \vec{a} + \vec{c}$ , 则  $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{m}\}$  也是空间的一个基底
- D. 对于空间的任意一点  $O$  和不共线的三点  $A, B, C$ , 若  $\overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB} + z\overrightarrow{OC} (x, y, z \in \mathbf{R})$ , 则  $P, A, B, C$  四点共面

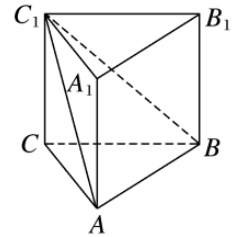
12. 如图所示, 该多面体是一个由 6 个正方形和 8 个正三角形围成的十四面体, 所有棱长均为 1, 所有顶点均在球  $O$  的球面上. 关于这个多面体给出以下结论, 其中正确的有 ( )



- A.  $FI //$  平面  $ABE$ ;
- B.  $BE$  与平面  $EIJ$  所成的角的余弦值为  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ;
- C. 该多面体的外接球的表面积为  $4\pi$ ;
- D. 该多面体的体积为  $\frac{5\sqrt{2}}{3}$ .

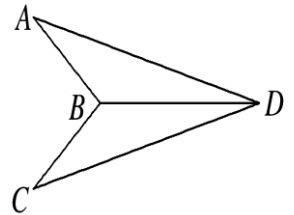
三、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分, 若有两空, 则第一空 2 分, 第二空 3 分.)

13. 已知空间向量  $\vec{a} = (1, 0, 1), \vec{b} = (2, -1, 2)$  则向量  $\vec{a}$  在向量  $\vec{b}$  上的投影向量的坐标是\_\_\_\_\_.



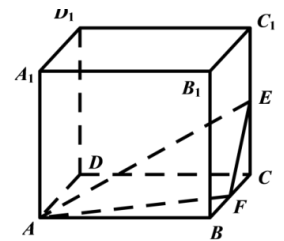
14. 如图, 在三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中, 所有棱长均为 1, 且  $AA_1 \perp$  底面  $ABC$ , 则点  $B_1$  到平面  $ABC_1$  的距离为\_\_\_\_\_.

15. 如图, 在空间四边形  $ABCD$  中,  $\angle ABD = \angle CBD = \frac{\pi}{2}$ ,  $\angle ABC = \frac{\pi}{4}$ ,



$BC = BD = 1, AB = \sqrt{2}$ , 则异面直线  $AB$  与  $CD$  所成角的大小是\_\_\_\_\_.

16. 如图, 在棱长为 1 的正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中, 点  $E, F$  分别是棱  $CC_1, BC$  的中点,  $P$  是侧面  $BB_1C_1C$  内一点, 若  $A_1P //$  平面  $AEF$ , 则下列说法正确的是\_\_\_\_\_.



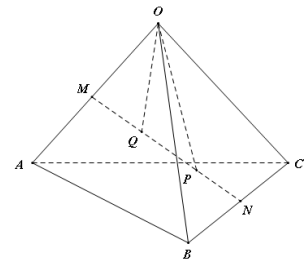
- ① 线段  $A_1P$  的最大值是  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ;
- ②  $A_1P \perp B_1D$ ;
- ③  $A_1P$  与  $DE$  一定异面;
- ④ 三棱锥  $B-A_1PC_1$  的体积为定值.

四、解答题 (本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出必要文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17 小题满分 10 分, 其他小题满分 12 分)

17. 若  $\vec{a} = (1, 2, -1), \vec{b} = (-2, 3, 4)$ .

- (1) 若  $\frac{1}{4}(k\vec{a} + \vec{b}) // (\vec{a} - 2\vec{b})$ , 求实数  $k$  的值;
- (2) 若  $(k\vec{a} + \vec{b}) \perp (\vec{a} - 2\vec{b})$ , 求实数  $k$  的值;

18. 如图,  $M$ 、 $N$  分别是四面体  $OABC$  的棱  $OA$ 、 $BC$  的中点,  $P$ 、 $Q$  是  $MN$  的三等分点.



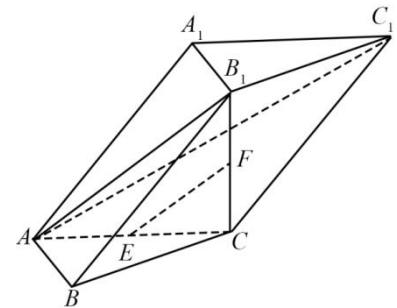
(1) 用向量  $\overrightarrow{OA}$ ,  $\overrightarrow{OB}$ ,  $\overrightarrow{OC}$  表示  $\overrightarrow{OP}$  和  $\overrightarrow{OQ}$ .

(2) 若四面体  $OABC$  的所有棱长都等于 1, 求  $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}$  的值.

19. 在三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中,  $AB \perp AC$ ,  $B_1C \perp$  平面  $ABC$ ,  $E$ ,  $F$  分别是  $AC$ ,  $B_1C$  的中点.

(1) 求证:  $EF \parallel$  平面  $AB_1C_1$ ;

(2) 求证: 平面  $AB_1C \perp$  平面  $ABB_1$ .

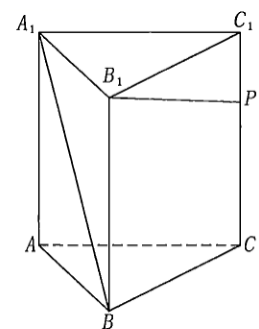


20. (12 分)

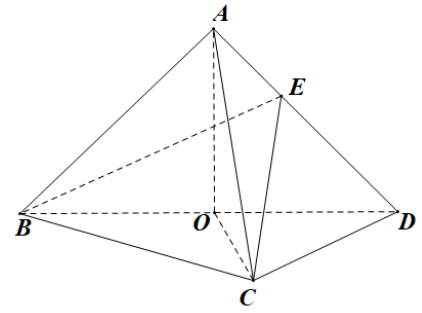
如图, 在正三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中,  $AB = 2$ ,  $AA_1 = 3$ ,  $P$  为侧棱  $CC_1$  上一点.

(1) 求证: 侧棱  $CC_1$  上不存在点  $P$  使  $B_1P \perp$  平面  $ABB_1A_1$ ;

(2)  $CC_1$  上是否存在点  $P$  使得  $B_1P \perp A_1B$ ? 若存在, 确定  $PC$  的长; 若不存在, 说明理由.

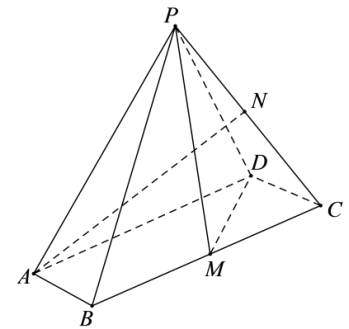


21. 如图, 在三棱锥  $A-BCD$  中, 平面  $ABD \perp$  平面  $BCD$ ,  
 $AB = AD$ ,  $O$  为  $BD$  的中点.



- (1) 证明:  $OA \perp CD$ ;  
 (2) 若  $\triangle OCD$  是边长为 1 的等边三角形, 点  $E$  在棱  $AD$  上,  
 $DE = 2EA$ , 且二面角  $E-BC-D$  的大小为  $45^\circ$ , 求三棱锥  
 $A-BCD$  的体积.

22. 如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中, 底面  $ABCD$  是平行四边形,  
 $\angle ABC = 120^\circ$ ,  $AB = 1$ ,  $BC = 4$ ,  $PA = \sqrt{15}$ ,  $M, N$  分别为  $BC, PC$  的中  
 点,  $PD \perp DC$ ,  $PM \perp MD$ .



- (1) 证明:  $AB \perp PM$ ;  
 (2) 求直线  $AN$  与平面  $PDM$  所成角的正弦值.