泉州七中2018级高二下数学周练3(命卷人：赖艳红)

班级：　　座号：　　姓名：

一、选择题（本大题共4小题，共40分）

1. $\sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，则$\cos\left(2\alpha-\frac{\pi}{6}\right)=($　$)$

A. $\frac{4\sqrt{3}}{9}$　　B. $\frac{-4\sqrt{3}}{9}$　　C. $\frac{-2\sqrt{2}}{3}$　　D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

2. 已知函数$f(x)=\sin x\cos x-\sqrt{3}\sin^2 x+\frac{\sqrt{3}}{2}$的图象向右平移$a(a>0)$个单位长度，

所得图象对应的函数为奇函数，则a的最小值为(　)

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{\pi}{2}$　　D. $\frac{2\pi}{3}$

3. 已知$a=\sin\frac{2\pi}{7},b=\cos\frac{12\pi}{7},c=\tan\frac{9\pi}{7}$，则下列选项正确的是(　)

A. $a>b>c$　　B. $c>b>a$　　C. $c>a>b$　　D. $a>c>b$

4. 已知函数$f(x)=\sin\omega x-\cos\omega x$在$(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})$上单调递减，若$\omega>0$，则$\omega$的取值范围是(　)

A. $[2,\frac{7}{2}]$　　B. $[3,\frac{7}{2}]$　　C. $[3,4]$　　D. $[\frac{7}{2},4]$

二、不定项选择题（本大题共1小题，共10分）

5. 已知函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$$\left(其中\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$，$f\left(-\frac{\pi}{8}\right)=0$，$f(x)\le\left|f\left(\frac{3\pi}{8}\right)\right|$恒成立，

且$f(x)$在区间$\left(-\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{24}\right)$上单调，则下列说法正确的是(　)

A. 存在φ，使得$f(x)$是偶函数　　B. $f(0)=f\left(\frac{3\pi}{4}\right)$

C. ω是奇数　　D. ω的最大值为3

三、填空题（本大题共3小题，共30分）

6. 若函数$f(x)=|\sin(2x+\theta)|$关于直线$x=\frac{\pi}{4}$对称，则θ的最小正值为________.

7. 在ΔABC中，a，b，c分别是角A，B，C的对边，且$\frac{\cos C}{\cos B}=\frac{3a-c}{b}$，则$\cos B$的值为________.

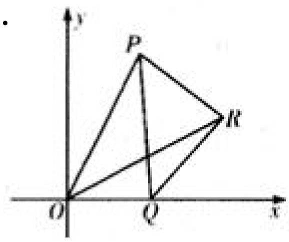
8. 在锐角ΔABC中，内角A，B，C所对的边分别为a，b，c，

若ΔABC的面积为$\frac{\sqrt{3}}{4}(a^2+b^2-c^2)$，且$c=4$，

则ΔABC的周长的取值范围是________.

四、解答题（本大题共 1 小题，共 20 分）

9. 如图，在平面直角坐标系xOy中，已知定点$Q(1,0)$及动点$P(2cos\theta,2sin\theta)(0<\theta<\pi)$，以$PQ$为斜边作一等腰直角三角形$PRQ$(原点$O$与点$R$分别在直线$PQ$的两侧).



(Ⅰ)当$\theta=\frac{\pi}{3}$时，求$|OR|^2$;

(Ⅱ)求四边形$OPRQ$面积的最大值.

答案和解析

1.【答案】D

【解析】【分析】
本题主要考查了同角三角函数基本关系式，诱导公式，二倍角的正弦函数公式在三角函数化简求值中的应用，考查了计算能力和转化思想，属于基础题.

由已知利用同角三角函数基本关系式可求 $\cos(\frac{\pi}{3}-\alpha)$，利用诱导公式，二倍角的正弦函数公式化简所求即可得解.

【解答】

解：$\because \sin(\frac{\pi}{3}-\alpha)=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$，$\frac{\pi}{3}-\alpha\in(-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3})$，

$\therefore \cos(\frac{\pi}{3}-\alpha)=\sqrt{1-\sin^2(\frac{\pi}{3}-\alpha)}=\frac{\sqrt{6}}{3}$，

$$\therefore \cos(2\alpha-\frac{\pi}{6})=\sin[\frac{\pi}{2}-(2\alpha-\frac{\pi}{6})]=\sin[2(\frac{\pi}{3}-\alpha)]$$

$=2sin(\frac{\pi}{3}-\alpha)\cos(\frac{\pi}{3}-\alpha)=2\times\frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{\sqrt{6}}{3}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

故选：D.

2.【答案】A

【解析】【分析】
本题考查的是二倍角公式，图象变换，函数的奇偶性，属于基础题.

由题意 $f(x)=\sin x\cos x-\sqrt{3}\sin^2x+\frac{\sqrt{3}}{2}=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$，向右平移 $a(a>0)$个单位长度，所得函数为 $y=\sin[2(x-a)+\frac{\pi}{3}]=\sin(2x-2a+\frac{\pi}{3})$，所得图象对应的函数为奇函数，则$-2a+\frac{\pi}{3}=k\pi$即可得到答案.

【解析】

解：$f(x)=\sin x\cos x-\sqrt{3}\sin^2x+\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=\frac{1}{2}\sin2x-\sqrt{3}\cdot\frac{1-\cos2x}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$，

向右平移 $a(a>0)$个单位长度，所得函数为 $y=\sin[2(x-a)+\frac{\pi}{3}]=\sin(2x-2a+\frac{\pi}{3})$，

若函数为奇函数，则$-2a+\frac{\pi}{3}=k\pi$，$k\in Z$，

$\therefore a=\frac{\pi}{6}-\frac{k\pi}{2}$，$k\in Z$，又 $a>0$，

当 $k=0$ 时，a 的最小值为$\frac{\pi}{6}$.

故选 A.

3.【答案】C

【解析】【分析】
本题考查了诱导公式以及正弦、余弦和正切函数的单调性问题，是基础题.

利用诱导公式化简 b、c，根据正弦、余弦和正切函数，在第一象限内的单调性，即可比较 a、b、c 的大小.

【解答】

解：$a=\sin\frac{2\pi}{7}$，$b=\cos\frac{12\pi}{7}=\cos(2\pi-\frac{2\pi}{7})=\cos\frac{2\pi}{7}$，

$c=\tan\frac{9\pi}{7}=\tan(\pi+\frac{2\pi}{7})=\tan\frac{2\pi}{7}$，且$\frac{\pi}{4}<\frac{2\pi}{7}<\frac{\pi}{2}$，

$\therefore \cos\frac{2\pi}{7}<\sin\frac{2\pi}{7}<\tan\frac{2\pi}{7}$，

$\therefore b<a<c$；

即 $c>a>b$.

故选 C.

4.【答案】B

【解析】【分析】

本题考查函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$的图象与性质，由 $x\in(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})$，得出$\omega x-\frac{\pi}{4}$的范围，然后结合正弦函数的性质，将问题转化为子集问题求解即可.

【解答】

解：$\frac{\pi}{4}<\ x<\frac{\pi}{2}$，$\ \omega>0$ 得$\frac{\pi}{4}\omega-\frac{\pi}{4}<\omega x-\frac{\pi}{4}<\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}$，

又正弦的单调递减区间为$[2k\pi+\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{3\pi}{2}],k\in Z$，

所以$(\frac{\pi}{4}\omega-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\omega-\frac{\pi}{4})\subseteq[2k\pi+\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{3\pi}{2}],k\in Z$，

所以$\begin{cases}\frac{\pi}{4}\omega-\frac{\pi}{4}\geq 2k\pi+\frac{\pi}{2}\\ \frac{\pi}{2}\omega-\frac{\pi}{4}\leq 2k\pi+\frac{3\pi}{2}\end{cases},k\in Z$,即$\begin{cases}\omega\geq 8k+3\\ \omega\leq 4k+\frac{7}{2}\end{cases},k\in Z$,

由 $4k+\frac{7}{2}\geq 8k+3$，得 $k\leq\frac{1}{2}$，又 $k\in Z$，$\omega>0$，

所以 $k=0$，

所以 $3\leq\omega\leq\frac{7}{2}$,

故选 B.

5.【答案】BCD

【解析】【分析】

本题考查三角函数的零点与最值及单调性，属于中档题.

结合已知条件依次判断即可.

【解答】

解：对于 A 项，若函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$为偶函数，则$\varphi=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in Z$，

而$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，故这样的φ不存在，则 A 项错误;

对于 B项，由于 $f(x)\leqslant|f(\frac{3\pi}{8})|$，则函数 $f(x)$在 $x=\frac{3\pi}{8}$处取得最值，

故 $x=\frac{3\pi}{8}$是函数 $f(x)$的一条对称轴，则 $f(0)=f\left(\frac{3\pi}{4}\right)$成立，故 B项正确；

对于 C项，依题意：$\begin{cases}-\frac{\pi}{8}\omega+\varphi=k_1\pi,k_1\in Z\\ \frac{3\pi}{8}\omega+\varphi=\frac{\pi}{2}+k_2\pi,k_2\in Z\end{cases}$，两式相减得，

$\omega=1+2(k_2-k_1)$，
因为$k_2-k_1\in Z$，则ω是奇数，故 C 项正确；

对于 D 项，由于 $f(x)$在区间$\left(-\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{24}\right)$上单调，则$\frac{1}{2}\times\frac{2\pi}{\omega}\geq\frac{\pi}{24}-\left(-\frac{\pi}{12}\right)$，

得$\omega\leq 8$，又因为$\omega=1+2(k_2-k_1)$，$k_2-k_1\in Z$，
当$\omega=5$,或$\omega=7$ 时均不满足题意．
则ω的最大值为 3，故 D 项正确．
故选 BCD．

6.【答案】$\frac{\pi}{2}$

【解析】【分析】
本题考查三角函数的图象与性质，涉及正弦函数图象与性质的应用，属于基础题目．

由函数 $f(x)=|\sin(2x+\theta)|$关于直线 $x=\frac{\pi}{4}$对称，可得 $\frac{\pi}{2}+\theta=\frac{k\pi}{2}$ 求出即可．

【解答】

解：∵函数 $f(x)=|\sin(2x+\theta)|$关于直线 $x=\frac{\pi}{4}$对称，

$\therefore\frac{\pi}{2}+\theta=\frac{k\pi}{2}$，$k\in Z$，$\therefore\theta=\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{2}$，$k\in Z$，

$\therefore\theta$的最小正值为$\frac{\pi}{2}$.

故答案为$\frac{\pi}{2}$.

7.【答案】$\frac{1}{3}$

【解析】【分析】本题考查正弦定理、两角和差的正弦公式及诱导公式的应用，由已知及正弦定理可得 $\sin B\cos C=3\sin A\cos B-\cos B\sin C$，利用两角和正弦公式及诱导公式可知，

$\sin A=3\sin A\cos B$，求出 $\cos B=\frac{1}{3}$．

【解答】解：因为 $\frac{\cos C}{\cos B}=\frac{3a-c}{b}$，

所以 $\frac{\cos C}{\cos B}=\frac{3\sin A-\sin C}{\sin B}$，
则 $\sin B\cos C=3\sin A\cos B-\cos B\sin C$，
所以 $\sin(B+C)=\sin B\cos C+\cos B\sin C=3\sin A\cos B$，
即 $\sin A=3\sin A\cos B$，又 $\sin A\neq 0$，
所以 $\cos B=\frac{1}{3}$．

故答案为$\frac{1}{3}$.

8.【答案】$(4\sqrt{3}+4,12]$.

【解析】本题主要考查了正余弦定理解题、三角函数变换及辅助角公式应用等知识，属中档题.
首先利用余弦定理和面积公式求出 $\sin C$ 与 $\cos C$ 关系，进一步求出 C，外接圆直径 $2R$，再利用正弦定理将 $a+b$ 转化为角的三角函数，进一步求出 $a+b$ 的取值范围，从而得到周长范围.

解：由余弦定理、面积公式得 $\begin{cases} 4^2=a^2+b^2-2ab\cos C \\ \dfrac{\sqrt{3}}{4}(a^2+b^2-4^2)=\dfrac{1}{2}ab\sin C \end{cases}$，

$\therefore \sin C=\sqrt{3}\cos C$，$\therefore C=\dfrac{\pi}{3}$，

$\because \dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2R$，

$\therefore 2R=\dfrac{4}{\sin\frac{\pi}{3}}=\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$，$a+b=\frac{8\sqrt{3}}{3}(\sin A+\sin B)$，

$\because\triangle ABC$ 是锐角三角形，$\therefore B=\dfrac{2\pi}{3}-A$，$\dfrac{\pi}{6}<A<\dfrac{\pi}{2}$，

$\therefore a+b=\dfrac{8\sqrt{3}}{3}[\sin A+\sin(\dfrac{2\pi}{3}-A)]=\frac{8\sqrt{3}}{3}(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos A+\frac{3}{2}\sin A)=8\sin(A+\dfrac{\pi}{6})$，

$\because \dfrac{\pi}{6}<A<\dfrac{\pi}{2}$，$\therefore \dfrac{\pi}{3}<A+\dfrac{\pi}{6}<\dfrac{2\pi}{3}$

$\therefore \sin A\in(\frac{\sqrt{3}}{2},1]$，

$\therefore a+b\in(4\sqrt{3},8]$，$\therefore a+b+c\in(4\sqrt{3}+4,12]$.
故答案为$(4\sqrt{3}+4,12]$.

9.【答案】解：(I)当$\theta=\frac{\pi}{3}$时，点 P 的坐标为$(1,\sqrt{3})$，

所以$\angle OQP=\dfrac{\pi}{2}$，且$|PQ|=\sqrt{3}$.

所以$\angle OQR=\dfrac{3\pi}{4}$，$|RQ|=|PQ|\cos\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$，

在$\triangle ORQ$ 中，根据余弦定理得，

$|OR|^2=|OQ|^2+|RQ|^2-2|OQ||RQ|\cos\dfrac{3\pi}{4}=1+\frac{3}{2}-2\times1\times\frac{\sqrt{6}}{2}\times\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\frac{5}{2}+\sqrt{3}$.

(Ⅱ)由题意可得，$/OP/=2$，$\angle POQ=\theta$.四边形 $OPRQ$ 的面积

$S=\dfrac{1}{2}|OP|\cdot|OQ|\sin\theta+\dfrac{1}{4}|PQ|^2=\sin\theta+\dfrac{1}{4}(1^2+2^2-2\times1\times2\cos\theta)=\sin\theta-\cos\theta+\dfrac{5}{4}=\sqrt{2}\sin(\theta-\dfrac{\pi}{4})+\dfrac{5}{4}$.

因为$\theta\in(0,\pi)$，所以当$\theta=\frac{3\pi}{4}$时，四边形 $OPRQ$ 面积 S 最大，最大值为$\sqrt{2}+\frac{5}{4}$.

【解析】本题考查解三角形和三角函数的性质，余弦定理，割补法，三角形面积公式，三角函数的最值，两角和与差的三角函数公式，三角函数的定义域与值域.
(I)根据特定角的度数，求出 OQ、PQ、QR，$\angle OQR$，再由余弦定理即可求出$|OR|^2$；
(Ⅱ)由于四边形 $OPRQ$ 为不规则图形，所以只能用割补法表示其面积，根据三角形面积公式，用θ表示出四边形的面积，在θ的定义范围内求最值，