泉州七中 2018 级高二下数学期中模拟卷 3

命卷人：赖艳红，梁木华

一、选择题（本大题共 10 小题，共 50 分）

1. 已知命题 $p:x<-3$ 或 $x>1$，命题 $q:x>a$，且 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的充分不必要条件，

   则 a 的取值范围可以是(　　)

   A. $a\geq 1$　　　B. $a\leq 1$　　　C. $a\geq -1$　　　D. $a\leq -3$

2. 已知函数 $f(x+1)$的定义域为$(-2,0)$，则 $f(2x-1)$的定义域为(　)

   A. $(-1,0)$　　　B. $(-\frac{1}{2},\frac{1}{2})$　　　C. $(0,1)$　　　D. $(-\frac{1}{2},0)$

3. 已知实数 x，y 满足 $xy-3=x+y$，且 $x>1$，则 $y(x+8)$的最小值为(　)

   A. 33　　　B. 26　　　C. 25　　　D. 21

4. 已知函数 $f(x)=\frac{x}{2+2x}$,

   则 $f(\frac{1}{2019})+f(\frac{1}{2018})+\cdots+f(\frac{1}{2})+f(1)+f(2)+\cdots+f(2018)+f(2019)=$ (　)

   A. $\frac{2019}{2}$　　　B. $\frac{4037}{4}$　　　C. 2019　　　D. $\frac{4039}{4}$

5. 若函数 $f(x)$，$g(x)$分别是 R 上的奇函数和偶函数，且满足 $f(x)-g(x)=2^x$，则有(　)

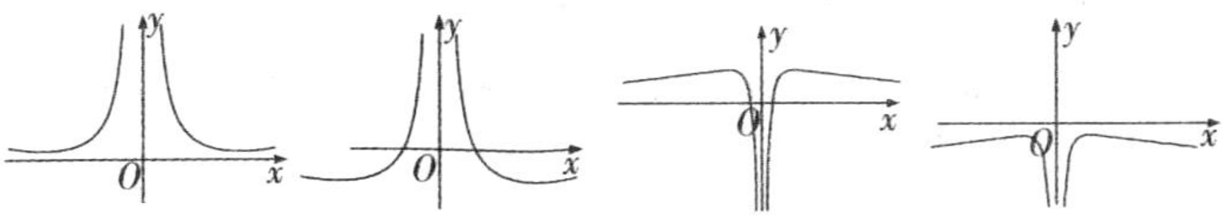
   A. $f(2)<f(3)<f(0)$　　　B. $f(0)<f(3)<f(2)$

   C. $f(2)<f(0)<f(3)$　　　D. $f(0)<f(2)<f(3)$

6. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}(a-2)x+3,x\leq 1\\ \frac{2a}{x},x>1\end{cases}$ 在$(-\infty,+\infty)$上是减函数，则 a 的取值范围为(　)

   A. $(0,1)$　　　B. $(0,1]$　　　C. $(0,2)$　　　D. $(0,2]$

7. 函数 $f(x)=\frac{\ln x^2}{|x|}+1$ 的大致图象为(　)



   A.　　　B.　　　C.　　　D.

8. 48^7被 7 除的余数为 $a(0\leq a<7)$，则$\left(x-\frac{a}{x^2}\right)^6$的展开式中$x^{-3}$的系数为(　)

   A. 4 320　　　B. $-4\ 320$　　　C. 20　　　D. -20

9. 某车站每天上午发出两班客车，每班客车的发车时刻和发车概率如下：

第一班车：在 8:00，8:20，8:40 发车的概率分别为$\frac{1}{4}$，$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{4}$;

第二班车：在 9:00，9:20，9:40 发车的概率分别为$\frac{1}{4}$，$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{4}$;

假设这两班客车在什么时刻发车是相互独立的，一位旅客 8:10 到达车站乘车，

则该旅客候车的分钟数的数学期望为(　)

   A. 30　　　B. 35　　　C. 40　　　D. 25

10. 已知函数 $f(x)=|x-2|+1$，$g(x)=kx$.若方程 $f(x)=g(x)$有两个不相等的实数根，则实数 k 的取值范围是(　)

A. $(0,\frac{1}{2})$　　B. $(\frac{1}{2},1)$　　C. $(1,2)$　　D. $(2,+\infty)$

二、不定项选择题（本大题共 2 小题，共 10 分）

11. 已知函数 $f(x)=\sin x+x^3-ax$，则下列结论正确的是(　)

A. $f(x)$是奇函数　　B. 若 $f(x)$是增函数，则 $a\leq 1$

C. 当 $a=-3$ 时，函数 $f(x)$恰有两个零点　　D. 当 $a=3$ 时，函数 $f(x)$恰有两个极值点

12. 已知函数 $f(x)=e^x$，$g(x)=\ln\frac{x}{2}+\frac{1}{2}$的图象与直线 $y=m$ 分别交于 A、B 两点，则(　　)

A. $|AB|$的最小值为 $2+\ln 2$

B. 函数 $f(x)-g(x)+m$ 至少存在一个零点

C.$\exists m$ 使得曲线 $f(x)$在 A 处的切线平行于曲线 $g(x)$在 B 处的切线

D. $\exists m$ 使得曲线 $f(x)$在点 A 处的切线也是曲线 $g(x)$的切线

三、填空题（本大题共 4 小题，共 20 分）

13. 某车间为了规定工时定额，需要确定加工零件所花费的时间，为此进行了 5 次试验，根据收集到的数据(如表)，

零件数 x 个	10	20	30	40	50
加工时间 $y(min)$	62		75	81	89

由最小二乘法求得回归直线方程$\hat{y}=0.6x+54$.

由于后期没有保存好，导致表中有一个数据模糊不清，请你推断出该数据的值为________.

14. 已知 x，y 满足$\begin{cases}x+2y-3\leqslant 0,\\ x+3y-3\geqslant 0,\\ y\leqslant 1,\end{cases}$且 $z=3x+2y$ 的最大值为 m，若正数 a，b 满足 $a+b=m$，则$\frac{1}{a}+\frac{4}{b}$的最小值为_____.

15. 已知函数 $f(x)=x^3-2x+e^x-\frac{1}{e^x}$，其中 e 是自然数对数的底数，若 $f(a-1)+f(2a^2)\leqslant 0$，则实数 a 的取值范围是________.

16. 设函数 $f(x)=\begin{cases}|x+1|, x\leqslant 0,\\ |\log_2 x|, x>0,\end{cases}$ 若关于 x 的方程 $f(x)=a$ 有四个不同的根x_1,x_2,x_3,x_4

且$x_1<x_2<x_3<x_4$，则$x_3(x_1+x_2)+\frac{1}{{x_3}^2x_4}$的取值范围为________.

四、**解答题（本大题共 6 小题，共 70 分）**

17、已知函数 $f(x)=\left(a-\frac{1}{2}\right)x^2+\ln x(a\in R)$.

(1)当 $a=1$ 时，求 $f(x)$在区间$[1,e]$上的最大值和最小值；

(2)求 $f(x)$的极值.

18、设函数 $f(x)$的定义域为 R，对任意 $x\in R$ 有 $f(x)>0$，且当 $x<0$ 时有 $f(x)>1$.

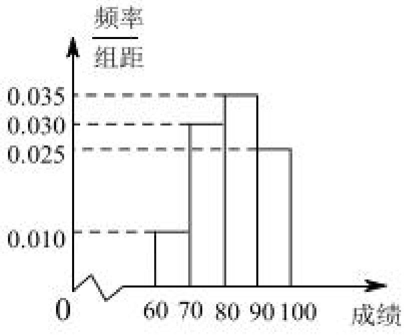
对任意的实数 $x,y\in R$，都有 $f(x+y)=f(x)f(y)$.

(1)求 $f(0)$的值；

(2)证明 $f(x)$在 R 上单调递减；

(3)若 $f(kt^2+kt)-f(t-k)=0$，$t\in(0,+\infty)$，求 k 的取值范围.

19、某校为了解学生对消防安全知识的掌握情况，开展了网上消防安全知识有奖竞赛活动，并对参加活动的男生、女生各随机抽取 20 人，统计答题成绩，分别制成如下频率分布直方图和茎叶图：



男生成绩

6	1 2 3 7 8 9 9
7	2 4 5 7 8 8 9
8	2 4 6 8
9	3 7

女生成绩

(1)把成绩在 80 分以上(含 80 分)的同学称为“安全通”，根据以上数据，完成以下 $2x2$ 列联表，

并判断是否有 95%的把握认为是否是“安全通”与性别有关；

	男生	女生	合计
安全通			
非安全通			
合计			

(2)以样本的频率估计总体的概率，现从该校随机抽取 2 男 2 女，

设其中“安全通”的人数为 X，求 X 的分布列与数学期望.

附：参考公式$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+c)(b+d)(a+b)(c+d)}$；其中 $n=a+b+c+d$.

参考数据：

$P(K^2\geq k_0)$	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

20、已知函数 $g(x)=x^2-2ax+1$，且函数 $y=g(x+1)$是偶函数，设 $f(x)=\frac{g(x)}{x}$.

(1)求 f(x)的解析式；

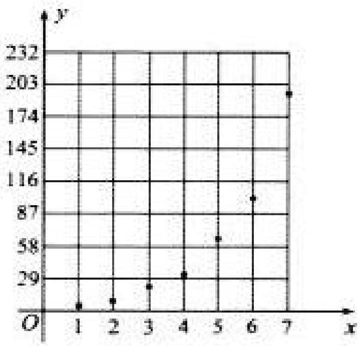
(2)若不等式 $f(\ln x)-m\ln x\geqslant 0$ 在区间$(1,e^2]$上恒成立，求实数 m 的取值范围；

(3)若方程 $f(|2^x-1|)+k\cdot\frac{2}{|2^x-1|}-2=0$ 有三个不同的实数根，求实数 k 的取值范围.

21、近期，某公交公司分别推出支付宝和微信扫码支付乘车活动，活动设置了一段时间的推广期，由于推广期内优惠力度较大，吸引越来越多的人开始使用扫码支付．某线路公交车队统计了活动刚推出一周内每一天使用扫码支付的人次，用 x 表示活动推出的天数，y 表示每天使用扫码支付的人次(单位：十人次)，统计数据如表所示：

x	1	2	3	4	5	6	7
y	6	11	21	34	66	101	196

根据以上数据，绘制了如图所示的散点图.



(1)根据散点图判断，在推广期内，$y=a+bx$ 与 $y=c\cdot d^x$(c,d 均为大于零的常数)哪一个适宜作为扫码支付的人次 y 关于活动推出天数 x 的回归方程类型？(给出判断即可，不必说明理由)；

(2)根据(1)的判断结果及表 1 中的数据，求 y 关于 x 的回归方程，

并预测活动推出第 8 天使用扫码支付的人次；

参考数据：

$\bar{y}$	$\bar{v}$	$\sum_{i=1}^{7} x_i y_i$	$\sum_{i=1}^{7} x_i u_i$	$10^{0.54}$
66	1.54	2.711	50.12	3.47

其中$\upsilon_i=\lg y_i$，$\bar{\upsilon}=\frac{1}{7}\sum_{i=1}^{7}\upsilon_i$

参考公式：对于一组数据(u_1,υ_1)，(u_2,υ_2)，…，(u_n,υ_n)，

其回归直线$\hat{\upsilon}=\hat{a}+\hat{\beta}u$ 的斜率和截距的最小二乘估计公式分别为：$\hat{\beta}=\frac{\sum_{i=1}^{n}u_i\upsilon_i-n\bar{u}\bar{\upsilon}}{\sum_{i=1}^{n}u_i^2-n\bar{u}^2}$,$\hat{a}=\bar{\upsilon}-\hat{\beta}\bar{u}$.

22、已知函数 $f(x)=a(x+1)^2-4lnx$，$a\in R$.

(I)若 $a=\frac{1}{2}$，求曲线 $f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线方程；

(II)若对任意 $x\in[1,e]$，$f(x)<1$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

泉州七中 2018 级高二下数学期中模拟卷 3 参考答案

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	C	C	B	D	B	C	B	A	B	ABD	ACD

13. 53　　14. 1　　15. $[-1,\frac{1}{2}]$　　16. $(-1,1]$

17.解：

(1)当 $a=1$ 时，$f(x)=\frac{1}{2}x^2+\ln x$，$f'(x)=x+\frac{1}{x}=\frac{x^2+1}{x}$,

当 $x\in[1,e]$时，有 $f'(x)>0$，$\therefore f(x)$在区间$[1,e]$上为增函数，

$\therefore f(x)_{max}=f(e)=1+\frac{e^2}{2}$，$f(x)_{min}=f(1)=\frac{1}{2}$.

(2)$f'(x)=(2a-1)x+\frac{1}{x}=\frac{(2a-1)x^2+1}{x}(x>0)$.

①当 $2a-1\ge 0$，即 $a\ge\frac{1}{2}$时，$f'(x)>0$，$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增，故 $f(x)$无极值点.

②当 $2a-1<0$，即 $a<\frac{1}{2}$时，令 $f'(x)=0$，得$x_1=\sqrt{\frac{1}{1-2a}}$，$x_2=-\sqrt{\frac{1}{1-2a}}$(舍去).

当 x 变化时，$f'(x)$，$f(x)$的变化情况如下表：

x	$\left(0,\sqrt{\frac{1}{1-2a}}\right)$	$\sqrt{\frac{1}{1-2a}}$	$\left(\sqrt{\frac{1}{1-2a}},+\infty\right)$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	↗	极大值	↘

由上表可知，当 $x=\sqrt{\frac{1}{1-2a}}$时，$f(x)_{极大值}=-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\ln(1-2a)$，无极小值.

18.解：

(1)取 $x=y=0$，有 $f(0)=f^2(0)$，$f(0)=1$，$f(0)=0$(舍去) $\therefore f(0)=1$.

(2)任取$x_1,x_2\in R$,　且$x_1>x_2$，

$f(x_2)-f(x_1)=f[(x_2-x_1)+x_1]-f(x_1)=f(x_2-x_1)f(x_1)-f(x_1)=[f(x_2-x_1)-1]f(x_1)$，

$\because x_1>x_2,\therefore x_2-x_1<0,\therefore f(x_2-x_1)>1,\therefore f(x_2-x_1)-1>0$,又 $f(x_1)>0$，

$\therefore [f(x_2-x_1)-1]f(x_1)>0,\therefore f(x_2)-f(x_1)>0,\therefore f(x_1)<f(x_2)$，

$\therefore f(x)$在 R 上单调递减 .

(3)由题设得：$kt^2+kt=t-k$，即 $kt^2+(k-1)t+k=0$ 在 $t\in(0,+\infty)$上有根，

有$\begin{cases}\Delta\ge 0\\ x_1+x_2>0\end{cases}$,得 $0<k\le\frac{1}{3}$,

故 k 的取值范围是$(0,\frac{1}{3}]$.

19.解：

(1)由频率分布直方图得，成绩大于等于 80 的频率为$(0.035+0.025)\times 10=0.6$，

则男生“安全通”的人数为 $20\times 0.6=12$ 人，则“非安全通”人数为 8 人；

由茎叶图可得，女生“安全通”的人数为 6 人，则“非安全通”人数为 14 人．

2×2 列联表如图：

	男生	女生	合计
安全通	12	6	18
非安全通	8	14	22
合计	20	20	40

$\because K^2=\frac{40(12\times 14-6\times 8)^2}{20\times 20\times 18\times 12}\approx 6.667>3.841$，

$\therefore$有 95%的把握认为是否是“安全通”与性别有关；

(2)从该校随机抽取 2 男 2 女，抽到 1 名男生是“安全通”的概率为$\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$,

抽到 1 名女生是“安全通”的概率为$\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$.

“安全通”的人数 X 的取值分别为：0，1，2，3，4．

则 $P(X=0)=(1-\frac{3}{5})^2\times(1-\frac{3}{10})^2=\frac{49}{625}$,

$P(X=1)=C_2^1\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}\times(\frac{7}{10})^2+(\frac{2}{5})^2\times C_2^1\times\frac{3}{10}\times\frac{7}{10}=\frac{189}{625}$,

$P(X=2)=(\frac{3}{5})^2\times(\frac{7}{10})^2+(\frac{2}{5})^2\times(\frac{3}{10})^2+C_2^1\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}\times C_2^1\times\frac{3}{10}\times\frac{7}{10}=\frac{981}{2500}$,

$P(X=3)=(\frac{3}{5})^2\times C_2^1\times\frac{3}{10}\times\frac{7}{10}+(\frac{3}{10})^2\times C_2^1\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{486}{2500}$,

$P(X=4)=(\frac{3}{5})^2\times(\frac{3}{10})^2=\frac{81}{2500}$.

$\therefore$随机变量 X 的分布列为：

X	0	1	2	3	4
P	$\frac{49}{625}$	$\frac{189}{625}$	$\frac{981}{2500}$	$\frac{486}{2500}$	$\frac{81}{2500}$

$\therefore E(X)=0\times\frac{49}{625}+1\times\frac{189}{625}+2\times\frac{981}{2500}+3\times\frac{486}{2500}+4\times\frac{81}{2500}=\frac{9}{5}$.

20.解：

(1)函数 $g(x)=x^2-2ax+1$ 的对称轴为 $x=a$，

因为 $g(x)$向左平移 1 个单位得到 $g(x+1)$，且 $y=g(x+1)$是偶函数，

所以 $a=1$，

所以 $f(x)=\frac{g(x)}{x}=x+\frac{1}{x}-2,x\neq 0$；

(2) $f(\ln x)-m\ln x\geqslant 0$，即 $\ln x+\frac{1}{\ln x}-2-m\ln x\geqslant 0$，

又 $x\in(1,e^2]$，所以 $\ln x\in(0,2]$，

令 $t=\frac{1}{\ln x}\in[\frac{1}{2},+\infty)$，则 $m\leqslant t^2-2t+1=(t-1)^2$，

因为$(t-1)^2{}_{min}=0$，

所以 $m\leq 0$，

所以实数 m 的取值范围是 $(-\infty,0]$．

(3)方程 $f(|2^x-1|)+k\cdot\frac{2}{|2^x-1|}-2=0$，

即$|2^x-1|+\frac{1}{|2^x-1|}-2+k\cdot\frac{2}{|2^x-1|}-2=0$，

化简得$|2^x-1|^2-4|2^x-1|+1+2k=0$，

令 $r=|2^x-1|(r>0)$，则$r^2-4r+1+2k=0$，

若方程 $f(|2^x-1|)+k\cdot\frac{2}{|2^x-1|}-2=0$ 有三个不同的实数根，

则方程$r^2-4r+1+2k=0$ 必须有两个不相等的实数根r_1,r_2，且 $0<r_1<1,r_2>1$ 或 $0<r_1<1,r_2=1$，

令 $h(r)=r^2-4r+1+2k$，

当 $0<r_1<1,r_2>1$ 时，则$\begin{cases}h(0)=1+2k>0\\h(1)=-2+2k<0\end{cases}$，即$-\frac{1}{2}<k<1$，

当$r_2=1$ 时，$k=1$，$h(r)=r^2-4r+3$，$r_1=3$，舍去，

综上，实数 k 的取值范围是$(-\frac{1}{2},1)$.

21. 解：

(1)根据散点图判断，$y=c\cdot d^{x}$适宜作为扫码支付的人数 y 关于活动推出天数 x 的回归方程类型；

(2)由 $y=c\cdot d^{x}$，两边同时取常用对数得：$lgy=\lg(c\cdot d^{x})=lgc+xlgd$；

设 $lgy=v$，$\therefore v=lgc+xlgd$；

计算$\bar{x}=4,\bar{v}=1.54$，$\sum_{i=1}^{7}x_i^2=140$，

$\therefore lgd=\frac{\sum_{i=1}^{7}x_iv_i-7\bar{x}\bar{v}}{\sum_{i=1}^{7}x_i^2-7\bar{x}^2}=\frac{50.12-7\times4\times1.54}{140-7\times4^2}=\frac{7}{28}=0.25$，

把样本中心点(4,1.54)代入 $v=lgc+xlgd$，得：$lgc=0.54$，

$\therefore \hat{v}=0.54+0.25x$，

$\therefore \lg\hat{y}=0.54+0.25x$，

$\therefore y$ 关于 x 的回归方程式：$\hat{y}=10^{0.54+0.25x}=3.47\times10^{0.25x}$；

把 $x=8$ 代入上式，$\hat{y}=3.47\times10^{2}=347$；

故活动推出第 8 天使用扫码支付的人次为 3470．

22.解：

(I)由 $a=\frac{1}{2}$得 $f(1)=2$

又$f'(x)=x+1-\frac{4}{x}, f'(1)=-2$

则所求切线方程为 $y-2=-2(x-1)$，即 $y=-2x+4$

(II)$f'(x)=2a(x+1)-\frac{4}{x}=\frac{2(ax^2+ax-2)}{x}, x>0$

令 $g(x)=ax^2+ax-2$．

当 $a=0$ 时，$f'(x)=-\frac{4}{x}<0$，$f(x)$在$[1,e]$上单调递减，

$[f(x)]_{max}=f(1)=0<1$，恒成立，符合题意

当 $a<0$ 时，$g(x)=ax^2+ax-2$，开口向下，对称轴为 $x=-\frac{1}{2}$，且 $g(0)=-2<0$，

所以当 $x\in[1,e]$时，$g(x)<0$，$f'(x)<0$，$f(x)$在$[1,e]$上单调递减，

$[f(x)]_{max}=f(1)=0<1$，恒成立，符合题意

当 $a>0$ 时，$g(x)=ax^2+ax-2$ 的开口向上，对称轴为 $x=-\frac{1}{2}$，$g(0)=-2<0$，

所以 $g(x)=ax^2+ax-2$ 在$(0,+\infty)$单调递增，故存在唯一$x_0\in(0,+\infty)$，

使得 $g(x_0)=0$，即 $f'(x_0)=0$

当 $0<x<x_0$时，$g(x)<0$，$f'(x)<0$，$f(x)$单调递减；

当 $x>x_0$时，$g(x)>0$，$f'(x)>0$，$f(x)$单调递增，

所以在$[1,e]$上，$[f(x)]_{max}=max\{f(1),f(e)\}$．

所以$\begin{cases}f(1)<1\\f(e)<1\end{cases}$，得$\begin{cases}4a<1\\a(e+1)^2-4<1\end{cases}$，得 $a<\frac{1}{4}$.所以 $0<a<\frac{1}{4}$

综上，a 得取值范围是$(-\infty,\frac{1}{4})$