泉州七中 2018 级高二下数学期中模拟卷 2

知识范围：疫情期间线上课程　　　　命卷人：庄自爱，林月理

一、选择题

单选题部分

1. 已知集合 $A=\{x|x^2-2x-3<0\}$，集合 $B=\{x|2^{x+1}>1\}$，则 $\complement_B A=($　　$)$

   A. $[3,+\infty)$　B. $(3,+\infty)$　C. $(-\infty,-1]\cup[3,+\infty)$　D. $(-\infty,-1)\cup(3,+\infty)$

2. $(1+\dfrac{1}{x^2})(1+x)^6$ 展开式中 x^2 的系数为( )

   A. 15　B. 20　C. 30　D. 35

3. 已知幂函数 $f(x)=x^{\alpha}$的图象过点(3,5)，且 $a=(\frac{1}{e})^{\alpha}$，$b=\sqrt[3]{\alpha}$，$c=\log_{\alpha}\frac{1}{4}$,

   则 a，b，c 的大小关系为( )

   A. $c<a<b$　B. $a<c<b$　C. $a<b<c$　D. $c<b<a$

4. 定义在 R 上的奇函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2)=-\dfrac{1}{f(x)}$，且在 $(0,1)$ 上 $f(x)=3^x$，则 $f(\log_3 54)=($　　$)$

   A. $\dfrac{3}{2}$　B. $\dfrac{2}{3}$　C. $-\dfrac{3}{2}$　D. $-\dfrac{2}{3}$

5. 函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上单调递减，且为奇函数．若 $f(1)=-1$，

   则满足 $-1\leqslant f(x-2)\leqslant 1$ 的 x 的取值范围是(　　)

   A. $[-2,2]$　B. $[-1,1]$　C. $[0,4]$　D. $[1,3]$

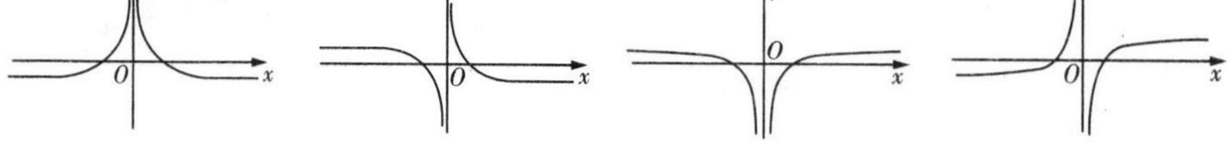
6. 设 x，y 满足约束条件$\begin{cases}x-y+6\geqslant 0\\ x\leqslant 3\\ x+y-3\geqslant 0\end{cases}$，则 $z=\frac{x+y+1}{x+1}$的取值范围是(　　)

   A. $(-\infty,-8]\cup[1,+\infty)$　B. $(-\infty,-10]\cup[-1,+\infty)$　C. $[-8,1]$　D. $[-10,-1]$

7. 命题“$\forall x\in[1,2]$，$ax^2-x+a>0$”为真命题的一个充分不必要条件可以是(　　)

   A. $a\geq\frac{1}{2}$　B. $a>\frac{1}{2}$　C. $a\geq 1$　D. $a\geq\frac{2}{5}$

8. 函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\ln x}{1+x},x>0\\ \dfrac{\ln(-x)}{1-x},x<0\end{cases}$ 的图象大致是(　　)



A.　　B.　　C.　　D.

9. 若正数 a，b 满足 $\lg a+\lg b=\lg(a+b)$，则$\frac{1}{a-1}+\frac{4}{b-1}$的最小值为(　　)

   A. 16　B. 9　C. 4　D. 1

10. 给出下列结论：在回归分析中，不正确的是（　　）

（1）可用相关指数 R^2 的值判断模型的拟合效果， R^2 越大，模型的拟合效果越好；

（2）可用残差平方和判断模型的拟合效果，残差平方和越大，模型的拟合效果越好；

（3）可用相关系数 r 的值判断模型的拟合效果， r 越大，模型的拟合效果越好；

（4）可用残差图判断模型的拟合效果，残差点比较均匀地落在水平的带状区域中，说明这样的模型比较合适．带状区域的宽度越窄，说明模型的拟合精度越高.

A.（1）（3）　　B.（2）（3）　　C.（1）（4）　　D.（3）（4）

不定项选择题部分

11. 记不等式组$\begin{cases} x+y\geq 6 \\ 2x-y\geq 0 \end{cases}$表示的平面区域为 D.

命题 $p:\exists(x,y)\in D$，$2x+y\geq 9$; 命题 $q:\forall(x,y)\in D$，$2x+y\leq 12$.

下面给出了四个命题中，所有真命题的编号是（　　）

A. $\neg p\wedge\neg q$　　B. $p\wedge\neg q$　　C. $\neg p\vee q$　　D. $p\vee q$ ；

12.下列命题中，正确的命题为（　　）

A．将一组数据中的每个数据都加上同一个常数后，方差恒不变；

B．某人在10次射击中，击中目标的次数为X，$X\sim B(10,0.8)$，则当 $X=8$ 时概率最大.

C．已知随机变量X服从二项分布 $B(n,p)$，若 $E(X)=30$， $D(X)=20$，则 $p=\dfrac{2}{3}$；

D．设随机变量 ξ 服从正态分布 $N(0,1)$，若 $P(\xi>1)=p$，则 $P(-1<\xi\leqslant 0)=\dfrac{1}{2}-p$；

二、填空题

13. 若 $(1+2x)^5=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4+a_5x^5$，则 $a_0+a_2+a_4=$________.

14. 函数 $f(x)=\ln(x^2-2x-8)$ 的单调递增区间是________________.

15. 已知 $f(x)$ 是奇函数，当 $x>0$ 时 $f(x)=-x(1+x)$，当 $x<0$ 时， $f(x)$ 等于________________.

16. 已知 $f(x)=\sin\dfrac{\pi x}{3}$，集合 $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，现从集合 A 中任取两个不同的元素，分别记为 m，n，则 $f(m)f(n)=0$ 的概率是________.

17. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} |\log_4 x|, 0<x\leqslant 4 \\ x^2-10x+25, x>4 \end{cases}$, a,b,c,d 是互不相同的正数, 且 $f(a)=f(b)=f(c)=f(d)$，则 $abcd$ 的取值范围是________________.

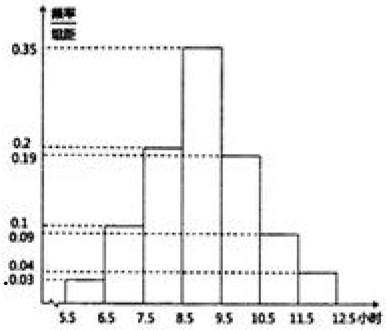
18. 对 $\forall x>0$，不等式 $\ln x\geqslant\dfrac{a}{x}-ex+2$ 恒成立，则实数 a 的取值范围为________________.

三、解答题

19. 2019年2月《烟台市全民阅读促进条例》全文发布，旨在保障全民阅读权利，培养全民阅读习惯，提高全民阅读能力，推动文明城市和文化强市建设．某高校为了解条例发布以来全校学生的阅读情况，随机调查了200名学生每周阅读时间X(单位：小时)并绘制如图所示的频率分布直方图．

(1)求这200名学生每周阅读时间的样本平均数$\bar{x}$和样本方差s^2(

（同一组中的数据用该组区间的中间值代表)；



(2)由直方图可以认为，目前该校学生每周的阅读时间X服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，

其中μ近似为样本平均数$\bar{x}$，σ^2近似为样本方差s^2．

(i)一般正态分布的概率都可以转化为标准正态分布的概率进行计算：

若$X\tilde{}N(\mu,\sigma^2)$，令$Y=\dfrac{X-\mu}{\sigma}$，则$Y\tilde{}N(0,1)$，且$P(X\leqslant a)=P\left(Y\leqslant\dfrac{a-\mu}{\sigma}\right)$．利用直方图得到的正态分布，求$P(X\leqslant 10)$．

(ii)从该高校的学生中随机抽取20名，记Z表示这20名学生中每周阅读时间超过10小时的人数，

求$P(Z\geqslant 2)$(结果精确到0.0001)以及Z的数学期望．参考数据：$\sqrt{178}\approx\dfrac{40}{3},0.7734^{19}\approx 0.0076.$

若$Y\tilde{}N(0,1)$，则$P(Y\leqslant 0.75)=0.7734$．

20. 某市实施二手房新政一年多以来，为了了解新政对居民的影响，房屋管理部门调查了2018年6月至2019年6月期间购买二手房情况，首先随机抽取了其中的400名购房者，并对其购房面积m(单位：平方米，$60\leqslant m\leqslant 130$)进行了一次统计，制成了如图1所示的频率分布直方图，接着调查了该市2018年6月至2019年6月期间当月在售二手房的均价y(单位：万元/平方米)，制成了如图2所示的散点图(图中月份代码$1-13$分别对应2018年6月至2019年6月)

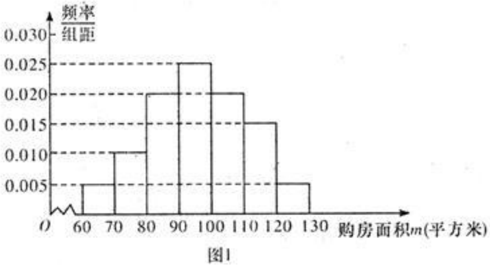


图1

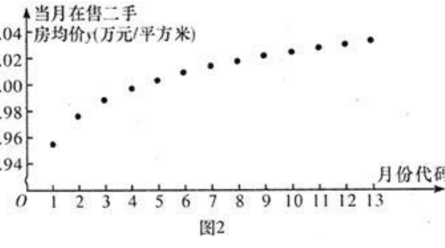


图2

(1)试估计该市市民的平均购房面积$\bar{m}$　(同一组中的数据用该组区间的中点值为代表)；

(2)从该市2018年6月至2019年6月期间所有购买二手房的市民中任取3人，用频率估计概率，

记这3人购房面积不低于100平方米的人数为X，求X的分布列与数学期望；

(3)根据散点图选择$\hat{y}=\hat{a}+\hat{b}\sqrt{x}$和$\hat{y}=\hat{c}+\hat{d}\ln x$两个模型进行拟合，经过数据处理得到两个回归方程，

分别为$\hat{y}=0.9369+0.0285\sqrt{x}$和$\hat{y}=0.9554+0.0306\ln x$，并得到一些统计量的值，如表所示：

	$\hat{y}=0.9369+0.0285\sqrt{x}$	$\hat{y}=0.9554+0.0306\ln x$
$\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})$	0.005459	0.005886
$\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}$	0.006050	

请利用相关系数判断哪个模型的拟合效果更好，并用拟合效果更好的模型预测2019年8月份的二手房购房均价(精确到0.001)。

参考数据：$\ln 2\approx 0.69, \ln 3\approx 1.10, \ln 15\approx 2.71, \sqrt{3}\approx 1.73, \sqrt{15}\approx 3.87, \sqrt{17}\approx 4.12$

参考公式：$r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}$.

21. 已知函数$f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(x^2+1)$，$g(x)=x^2\text{-}ax+6$.

(1)若$g(x)$为偶函数，求a的值并写出$g(x)$的增区间；

(2)若关于x的不等式$g(x)<0$的解集为$\{x|2<x<3\}$，当$x>1$时，求$\dfrac{g(x)}{x\text{-}1}$的最小值；

(3)对任意$x_1\in[1,+\infty), x_2\in[\text{-}2,4]$，不等式$f(x_1)\leqslant g(x_2)$恒成立，求实数a的取值范围.

22. 已知$f(x)=a-\dfrac{1}{2^x+1}$是R上的奇函数.

(1)求a；

(2)判断$f(x)$的单调性(不要求证明)，并求$f(x)$的值域；

(3)若关于x的函数$F(x)=f[(log_2x)^2-b]+f(log_{\frac{1}{2}}x), x\in[\dfrac{1}{2},2]$有两个零点，求实数b的取值范围.

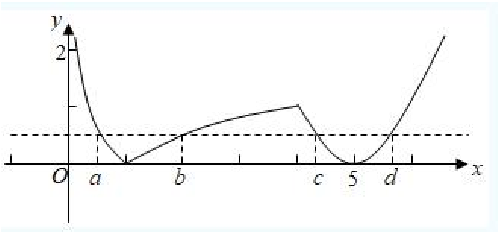
泉州七中2018级高二下数学期中模拟卷2参考答案

1-10：*ACACD*　*ACCCB*　11：*BD*　12：*ABD*

12. 121　14. $(4,+\infty)$　15. $-x(1-x)$　16. $\frac{13}{28}$　17. $(24,25)$　18. $(-\infty,-\frac{2}{e}]$

17. 解：先画出函数 $f(x)=\begin{cases}|\log_4 x|, 0<x\leqslant 4\\ x^2-10x+25, x>4\end{cases}$ 的图象，

如图：



$\because a$，b，c，d 互不相同，不妨设 $a<b<c<d$．且 $f(a)=f(b)=f(c)=f(d)$，

而 $-\log_4 a=\log_4 b$，即有 $\log_4 a+\log_4 b=0$，可得 $ab=1$，

则 $abcd=cd$，

由 $c+d=10$，可得 $cd<(\frac{c+d}{2})^2=25$，

且 $cd=c(10-c)=-(c-5)^2+25$，$c\in(4,5)$，

$\therefore cd>24$，

故 $abcd$ 的范围为 $(24,25)$．

故答案为 $(24,25)$．

18. 解：原不等式可化为 $a\leqslant x\ln x+ex^2-2x$，

令 $f(x)=x\ln x$，$g(x)=ex^2-2x$，

则 $h(x)=f(x)+g(x)$，$a\leqslant h(x)_{min}$．

因为 $g(x)=e\left(x-\frac{1}{e}\right)^2-\frac{1}{e}$,

又 $f'(x)=\ln x+1$，所以当 $0<x<\frac{1}{e}$ 时，$f'(x)<0$，当 $x>\frac{1}{e}$ 时，$f'(x)>0$，

所以当 $x=\frac{1}{e}$ 时，$f(x)$ 和 $g(x)$ 同时取得最小值，

$h(x)_{min}=h\left(\frac{1}{e}\right)=-\frac{2}{e}$，

所以 $a\leqslant-\frac{2}{e}$．

故答案为 $(-\infty,-\frac{2}{e}]$．

19.解：(1)$\bar{x}=6\times0.03+7\times0.1+8\times0.2+9\times0.35+10\times0.19+11\times0.09+12\times0.04=9$，

$s^2=(6-9)^2\times0.03+(7-9)^2\times0.1+(8-9)^2\times0.2+(9-9)^2\times0.35$

$+(10-9)^2\times0.19+(11-9)^2\times0.09+(12-9)^2\times0.04=1.78$；

(2)(i) 由题知 $\mu=9$， $\sigma^2=1.78$， $\therefore X\sim N(9,1.78)$， $\sigma=\sqrt{1.78}=\dfrac{\sqrt{178}}{10}\approx\dfrac{4}{3}$.

$\therefore P(X\leqslant10)=P(Y\leqslant\dfrac{10-9}{\frac{4}{3}})=P(Y\leqslant0.75)=0.7734$；

(ii) 由 (i) 知 $P(X>10)=1-P(X\leqslant10)=0.2266$，

可得 $Z\sim B(20,0.2266)$，

$P(Z\geqslant2)=1-P(Z=0)-P(Z=1)=1-0.7734^{20}-C_{20}^{1}\times0.2266\times0.7734^{19}$

$=1-(0.7734+20\times0.2266)\times0.0076\approx0.9597$.

$\therefore Z$ 的数学期望 $E(Z)=20\times0.2266=4.532$.

20.解：(1)$\overline{m}=65\times0.05+75\times0.1+85\times0.2+95\times0.25+105\times0.2+115\times0.15+125\times0.05=96$，

(2) 每一位市民购房面积不低于 100 平方米的人概率为 $0.20+0.15+0.05=0.4$，

$\therefore X\sim B(3,0.4)$，

$\therefore P(X=k)=C_3^k\times0.4^k\times0.6^{3-k}(k=0,1,2,3)$，

$\therefore$分布列为

X	0	1	2	3
$P(X)$	0.216	0.432	0.288	0.064

$\therefore E(X)=0.432+0.288\times2+0.064\times3=1.2$；

(3) 设模型 $\hat{y}=0.9369+0.0285\sqrt{x}$ 和 $\hat{y}=0.9554+0.306\ln x$，的相关指数为 r_1,r_2，

则 $r_1=1-\dfrac{0.000591}{0.00605},r_2=1-\dfrac{0.000164}{0.00605},\therefore r_1<r_2$，

所以模型 $\hat{y}=0.9554+0.306\ln x$ 的拟合效果好，

2019 年 8 月对应 $x=15$，

$\therefore\hat{y}=0.9554+0.0306\ln15=0.9554+0.0306\ln15\approx1.038$ 万元 / 平方米.

21. 解：(1) $\because g(x)$ 为偶函数，$\therefore g(-x)=g(x)$，

即 $(-x)^2+ax+6=x^2-ax+6$，即 $ax=0$ 对任意 $x\in R$ 恒成立，$\therefore a=0$，

$\therefore g(x)=x^2+6$，

$\therefore g(x)$ 的图象为开口向上的抛物线，对称轴 $x=0$，

$\therefore$ 函数 $g(x)$ 的单调增区间为 $(0,+\infty)$；

(2) $\because g(x)=x^2-ax+6<0$ 的解集为 $\{x|2<x<3\}$，

$\therefore 2$ 和 3 是方程 $x^2-ax+6=0$ 两不等实根，

由韦达定理得 $a=2+3=5$，

$\therefore g(x)=x^2-5x+6$，

$\therefore \dfrac{g(x)}{x-1}=\dfrac{x^2-5x+6}{x-1}=(x-1)+\dfrac{2}{x-1}-3$，

又 $\because x>1$，$\therefore x-1>0$，

由基本不等式得 $(x-1)+\dfrac{2}{x-1}\geqslant 2\sqrt{2}$，当且仅当 $\begin{cases} x-1=\dfrac{2}{x-1} \\ x-1>0 \end{cases}$，即 $x=\sqrt{2}+1$ 时取“$=$”.

$\therefore \dfrac{g(x)}{x-1}\geqslant 2\sqrt{2}-3$，即 $\dfrac{g(x)}{x-1}$ 的最小值为 $2\sqrt{2}-3$，当且仅当 $x=\sqrt{2}+1$ 时取“$=$”；

(3) $\because x\geqslant 1$ 时，$f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(x^2+1)\leqslant -1$，当且仅当 $x=1$ 时 $f(x)$ 取得最大值 $f(1)=-1$.

$\because$ 对任意的 $x_1\in[1,+\infty), x_2\in[-2,4]$，不等式 $f(x_1)\leqslant g(x_2)$ 恒成立，

$\therefore$ 转化为 $[-2,4]$ 上 $g(x)\geqslant f(x)_{\max}$ 恒成立问题，即 $x^2-ax+6\geqslant -1$ 在 $x\in[-2,4]$ 恒成立，

记 $F(x)=x^2-ax+7(-2\leqslant x\leqslant 4)$.

① 当 $a\leqslant -4$ 时，$F(x)_{min}=F(-2)=2a+11$，

由 $2a+11\geqslant 0\Rightarrow a\geqslant -\dfrac{11}{2}$,

$\therefore -\dfrac{11}{2}\leqslant a\leqslant -4;$

② 当 $-4<a<8$ 时，$F(x)_{min}=F(\dfrac{a}{2})=-\dfrac{a^2}{4}+7$，

由 $-\dfrac{a^2}{4}+7\geqslant 0\Rightarrow -2\sqrt{7}\leqslant a\leqslant 2\sqrt{7}$，

$\therefore -4<a\leqslant 2\sqrt{7};$

③ 当 $a\geqslant 8$ 时，$F(x)_{min}=F(4)=-4a+23$，

由 $-4a+23\geqslant 0\Rightarrow a\leqslant \dfrac{23}{4}$,

$\therefore a\in\varnothing$.

综上所述，a 的取值范围是 $-\dfrac{11}{2}\leqslant a\leqslant 2\sqrt{7}$.

22.解：(1) $\because f(x)=a-\dfrac{1}{2^x+1}$ 是 R 上的奇函数，

$\therefore f(0)=0$，即 $a=\dfrac{1}{2}$，

这时 $f(x)=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2^x+1}=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{2^x-1}{2^x+1}$，

满足 $f(-x)=-f(x)$ 是奇函数，

$\therefore a=\dfrac{1}{2}$；

(2) $f(x)$ 是 R 上的增函数.

$\because 2^x+1>1$，$\therefore 0<\dfrac{1}{2^x+1}<1$，

则 $-\dfrac{1}{2}<\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2^x+1}<\dfrac{1}{2}$，

$\therefore f(x)\in(-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2})$；

(3) 由 $F(x)=f[(log_2x)^2-b]+f(log_{\frac{1}{2}}x), x\in[\dfrac{1}{2},2]$ 有两个零点，

得 $f[(log_2x)^2-b]=f(log_2x)$ 在 $[\dfrac{1}{2},2]$ 上有两个根，

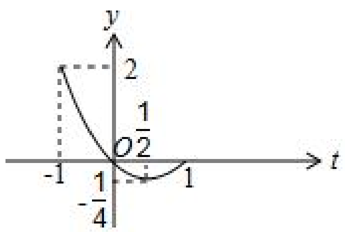
由 (2) 知 $f(x)$ 是 R 上单调增函数，

$\therefore (log_2x)^2-b=log_2x$，即 $b=(log_2x)^2-log_2x$ 在 $[\dfrac{1}{2},2]$ 上有两个根，

令 $\log_2 x=t$，$\because x\in[\dfrac{1}{2},2]$，$\therefore t\in[-1,1]$.

问题转化为：$b=t^2-t$ 在 $t\in[-1,1]$ 上有两个不等实根.

函数 $y=t^2-t$ 的图象如图：



由图可知，$b\in(-\dfrac{1}{4},0]$ 时，

函数 $y=t^2-t$ 和函数 $y=b$ 有两个交点，

即 $b=t^2-t$ 有两个不等实根，

$\therefore b$ 的取值范围为 $(-\dfrac{1}{4},0]$.