泉州七中 2018 级高二下数学期中模拟卷 1

知识范围：疫情期间线上课程　　　　命卷人：庄黎雯，王淑丽

第 I 卷（选择题）

一、选择题

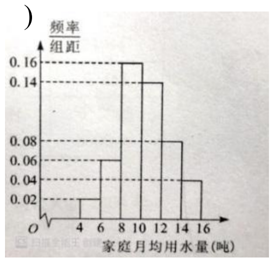
单选题部分

1、设集合 $A=\{x|y=\lg(1-x)\}$，$B=\{y|y=2^x\}$，则 $A\cap B=(\quad)$

A. $(0,+\infty)$　　B. $[-1,0)$　　C. $(0,1)$　　D. $(-\infty,1)$

2、设 $a>0$，若关于 x 的不等式 $x+\dfrac{a}{x-1}\ge 5$ 在 $x\in(1,+\infty)$ 恒成立，则 a 的最小值为(　　)

A.　16　　B.　9　　C.　4　　D.　2



3、在 $(1+x+x^2)(1-x)^{10}$ 的展开式中，含 x^4 项的系数是(　　)

A. 135　　B. -135　　C. 375　　D. -117

4、若多项式 $x^{10}+x^{2008}=a_0+a_1(x+1)+\cdots a_{2007}(x+1)^{2007}+a_{2008}(x+1)^{2008}$，则 a_{2007} 的值为(　　)

A. －2008　　B.　2008　　C. －2007　　D. 2007

5、某市为了解居民用水情况，通过抽样得到部分家庭月均用水量的数据，制得频率分布直方图（如上图），若以频率代替概率，从该市随机抽取 5 个家庭，则月均用水量在 8~12 吨的家庭个数 X 的数学期望是

A.3.6　　B.3　　C.1.6　　D.1.5

6、已知随机变量 $\xi\sim N(1,2)$，且 $P(0<\xi<1)=0.26$，则函数 $f(x)=e^x+\xi$ 存在零点的概率为(　　)

A. 0.24　　B. 0.26　　C. 0.74　　D. 0.76

7、已知 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y+2\geqslant 0\\ x-y-2\leqslant 0\\ y+m\leqslant 0\end{cases}$，若目标函数 $z=2x-y$ 的最大值为 3，则实数 m 的值为(　　)

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 2

8、已知 $a>0$，命题 p：函数 $f(x)=\lg(ax^2+2x+3)$ 的值域为 R，命题 q：函数 $g(x)=x+\frac{a}{x}$ 在区间 $(1,+\infty)$ 内单调递增．若 $\neg p\wedge q$ 是真命题，则实数 a 的取值范围是(　　)

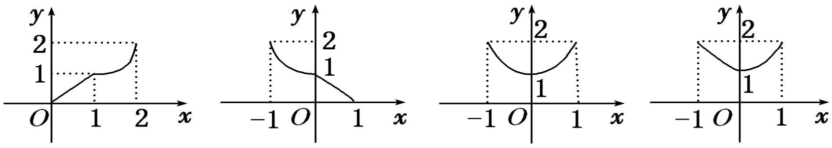
A. $(-\infty,0]$　　B. $(-\infty,\frac{1}{3}]$　　C. $\left(0,\frac{1}{3}\right]$　　D. $\left(\frac{1}{3},1\right]$

9、已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+2x-1,x\ge 0,\\ x^2-2x-1,x<0,\end{cases}$ 则对任意 $x_1,x_2\in R$，若 $0<|x_1|<|x_2|$，下列不等式恒成立的是(　　)

A．$f(x_1)-f(x_2)>0$　　　B．$f(x_1)-f(x_2)<0$

C．$f(x_1)+f(x_2)<0$　　　D．$f(x_1)+f(x_2)>0$

10、已知 $f(x)=\begin{cases}x+1,x\in[-1,0]\\ x^2+1,x\in(0,1]\end{cases}$，则下列各图中函数的图象错误的是(　　)



$f(x-1)$ 的图像　$f(-x)$ 的图像　$f(|x|)$ 的图像　$|f(x)|$ 的图像

A　　B　　C　　D

多选题部分

11、某同学在研究函数 $f(x)=\frac{x}{1+|x|}(x\in R)$时，分别给出下面四个结论，其中正确结论的有（　　）

A.等式 $f(-x)+f(x)=0$ 在 $x\in R$ 时恒成立；　　B.函数 $f(x)$的值域为$(-1,1)$；

C.若$x_1\neq x_2$，则一定有 $f(x_1)\neq f(x_2)$；　　D.函数 $g(x)=f(x)-x$ 在 R 上有三个零点.

12、设函数 $f(x)$，$g(x)$ 的定义域分别为 D_J，D_E，且 $D_J\subsetneqq D_E$．若对于任意 $x\in D_J$，都有 $g(x)=f(x)$，则称函数 $g(x)$ 为 $f(x)$ 在 D_E 上的一个延拓函数．设 $f(x)=e^{-x}(x-1)(x>0)$，$g(x)$ 为 $f(x)$ 在 R 上的一个延拓函数，且 $g(x)$ 是奇函数．给出以下命题：①当 $x<0$ 时，$g(x)=e^{-x}(1-x)$；②函数 $g(x)$ 有 3 个零点；③ $g(x)>0$ 的解集为 $(-1,0)\cup(1,+\infty)$；④ $\forall x_1,x_2\in\mathbf{R}$，都有 $|g(x_1)-g(x_2)|\leq 2$．其中正确的命题是(　)

A．①　　B．②　　C．③　　D．④

二、填空题

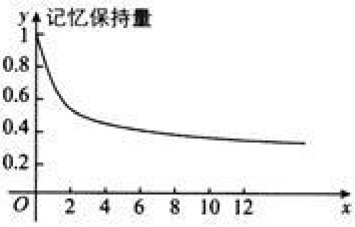
13、若 $x>2m^2-3$ 是$-1<x<4$ 的必要不充分条件，则实数 m 的取值范围是__________。

14、小菲在学校选修课中了解到艾宾浩斯遗忘曲线，为了解自己记忆一组单词的情况，
她记录了随后一个月的有关数据，绘制图像，拟合了记忆保持量 $f(x)$与时间 x(天)之间
的函数关系 $f(x)=\begin{cases}-\frac{7}{20}x+1,0<x\leq 1,\\ \frac{1}{5}+\frac{9}{20}x^{-\frac{1}{2}},1<x\leq 30.\end{cases}$，某同学根据小菲拟合后的信息得到以下结论：

①随着时间的增加，小菲的单词记忆保持量降低；

②9 天后，小菲的单词记忆保持量低于 40％；

③26 天后，小菲的单词记忆保持量不足 20％.



其中正确结论的序号有________.(注：请写出所有正确结论的序号)

15、已知函数 $f(x)=\begin{cases}|\ln x|,x>0\\ x^2+4x+1,x\leq 0\end{cases}$，若关于 x 的方程$f^2(x)-bf(x)+c=0(b,c\in R)$
有 8 个不等的实数根，则 $b+c$ 的取值范围是_______.

16、2020 年初，我国突发新冠肺炎疫情。面对“突发灾难”，举国上下一心，继解放军医疗队于除夕夜飞抵武汉，各省医疗队也陆续增援，纷纷投身疫情防控与病人救治之中。为分担“逆行者”的后顾之忧，某大学学生志愿者团队开展“爱心辅学”活动，为抗疫前线工作者子女在线辅导功课，现随机安排甲、乙、丙 3 名志愿者为某学生辅导数学、物理、化学、生物 4 门学科，每名志愿者至少辅导 1 门学科，每门学科由 1 名志愿者辅导，则数学学科恰好由甲辅导的概率为_____________。

17、已知函数 $f(x)=||x-1|-1|$,若关于 x 的方程 $f(x)=m(m\in R)$恰有四个互不相等的实数根x_1,x_2,x_3,x_4，则$x_1x_2x_3x_4$的取值范围是________

18、已知实数 x，y 满足条件$\begin{cases}x-y\leq 0,\\ x+y-5\geq 0,\\ y-3\leq 0,\end{cases}$若不等式 $m(x^2+y^2)\leq(x+y)^2$恒成立，
则实数 m 的最大值是__________.

三、解答题

19、已知函数 $f(x)=2a\cdot 4^x-2^x-1$.

(1)当 $a=1$ 时，求函数 $f(x)$在$[-3,0]$上的值域；

(2)若关于 x 的方程 $f(x)=0$ 有解，求 a 的取值范围.

20、某民调机构为了了解民众是否支持英国脱离欧盟，随机抽调了 100 名民众，他们的年龄的频数及支持英国脱离欧盟的人数分布如下表：

年龄段	$18-24$ 岁	$25-49$ 岁	$50-64$ 岁	65 岁及以上
频数	35	20	25	20
支持脱欧的人数	10	10	15	15

(I)由以上统计数据填下面列联表，并判断是否有 99%的把握认为以 50 岁胃分界点对是否支持脱离欧盟的态度有差异；

	年龄低于 50 岁的人数	年龄不低于 50 岁的人数	合计
支持“脱欧”人数			
不支持“脱欧”人数			
合计			

附：$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

$P(K^2\geq k_0)$	0.25	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010
k_0	1.323	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635

(II)若采用分层抽样的方式从 $18-64$ 岁且支持英国脱离欧盟的民众中选出 7 人，再从这 7 人中随机选出 2 人，假设这 2 人中至少有 X 人年龄在 $18-24$ 岁，求 X 的分布列和期望.

21．已知函数 $f(x)=x|x-a|+2x$.

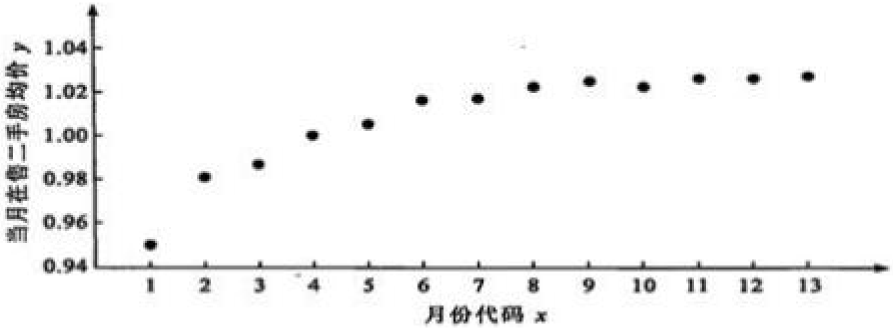
（1）若函数 $f(x)$ 在 R 上是增函数，求实数 a 的取值范围；

（2）求所有的实数 a，使得对任意 $x\in[1,2]$时，函数 $f(x)$ 的图象恒在函数 $g(x)=2x+1$ 图象的下方；

（3）若存在 $a\in[-2,4]$，使得关于 x 的方程 $f(x)=tf(a)$ 有三个不相等的实数根，求实数 t 的取值范围.

22、如图是某小区 2017 年 1 月至 2018 年 1 月当月在售二手房均价(单位：万元/平方米)的散点图.

(图中月份代码 1—13 分别对应 2017 年 1 月—2018 年 1 月)



根据散点图选择 $y=a+b\sqrt{x}$和 $y=c+d\ln x$ 两个模型进行拟合，经过数据处理得到两个回归方程分别为 $\hat{y}=0.9369+0.0285\sqrt{x}$ 和 $\hat{y}=0.9554+0.0306\ln x$ 和，并得到以下一些统计量的值：

	$\hat{y}=0.9369+0.0285\sqrt{x}$	$\hat{y}=0.9554+0.0306\ln x$
残差平方和 $\sum_{i=1}^{13}(y_i-\hat{y}_i)^2$	0.000 591	0.000 164
总偏差平方和 $\sum_{i=1}^{13}(y_i-\bar{y})^2$	0.006 050	

(1)请利用相关指数判断哪个模型的拟合效果更好；

(2)某位购房者拟于 2018 年 6 月份购买这个小区 $m(70\le m\le 160)$平方米的二手房(欲购房为其家庭首套房)，若购房时该小区所有住房的房产证均已满 2 年但未满 5 年，请你利用(1)中拟合效果更好的模型解决以下问题：

(i)估算该购房者应支付的购房金额.(购房金额=房款+税费；房屋均价精确到 0.001 万元/平方米)

(ii)若该购房者拟用不超过 100 万元的资金购买该小区一套二手房，试估算其可购买的最大面积.(精确到 1 平方米)

附注：根据有关规定，二手房交易需要缴纳若干项税费，税费是按房屋的计税价格进行征收.(计税价格=房款)

征收方式见下表：

契税（买方缴纳）	首套面积 90 平方米以内(含 90 平方米)为 1%；首套面积 90 平方米以上且 144 平方米以内(含 144 平方米)为 1.5%；面积 144 平方米以上或非首套为 3%
增值税（卖方缴纳）	房产证未满 2 年或满 2 年且面积在 144 平方米以上(不含 144 平方米)为 5.6%；其他情况免征
个人所得税（卖方缴纳）	首套面积 144 平方米以内(含 144 平方米)为 1%；面积 144 平方米以上或非首套均为 1.5%；房产证满 5 年且是家庭唯一住房的免征

参考数据：$\ln 2\approx 0.69,\ln 3\approx 1.10,\ln 7\approx 2.83,\ln 19\approx 2.94,\sqrt{2}\approx 1.41,\sqrt{3}\approx 1.73,\sqrt{17}\approx 4.12,\sqrt{19}\approx 4.36$

参考公式：相关指数$R^2=1-\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}$

泉州七中 2018 级高二下数学期中模拟卷 1 参考答案

CCAAB　ACDBD　 ABC　BCD

13、[-1, 1]　14、①②　 15、（0，3）　 16、$\frac{1}{3}$　　 17、（-3,0）　18、$\frac{25}{13}$

19、解：(1)当 $a=1$ 时，$f(x)=2\cdot 4^x-2^x-1=2(2^x)^2-2^x-1$，

令 $t=2^x$，$x\in[-3,0]$，则 $t\in[\frac{1}{8},1]$.

原问题转化为 $y=2t^2-t-1=2(t-\frac{1}{4})^2-\frac{9}{8}$的值域，

因为 $t\in[\frac{1}{8},1]$，故函数 $f(x)$的值域为$[-\frac{9}{8},0]$.

(2)关于 x 的方程 $2a(2^x)^2-2^x-1=0$ 有解，
设$2^x=m>0$，则条件等价于方程 $2am^2-m-1=0$ 在$(0,+\infty)$上有解，
记 $g(m)=2am^2-m-1$，则 $g(m)$在$(0,+\infty)$上有零点，

当 $a=0$ 时，$g(m)=-m-1$，此时函数零点为 $m=-1<0$，不符合题意；

当 $a<0$ 时，抛物线开口向下，对称轴 $m=\frac{1}{4a}<0$，

$g(m)$在$(0,+\infty)$上单调递减，$g(m)<g(0)=-1$，此时函数 $g(m)$在$(0,+\infty)$上不存在零点，不符合题意；

当 $a>0$ 时，抛物线开口向上，对称轴 $m=\frac{1}{4a}>0$，

$g(m)$在$(0,\frac{1}{4a})$上单调递减，在$(\frac{1}{4a},+\infty)$上单调递增，$g(\frac{1}{4a})<g(0)=-1$，

则由二次函数的性质可知 $g(m)=0$ 在$(0,+\infty)$必有一个正根，
所以 $a>0$.
故 a 的取值范围为$(0,+\infty)$.

20、解：(Ⅰ)

	年龄低于 50 岁的人数	年龄不低于 50 岁的人数	合计
支持“脱欧”人数	20	30	50
不支持“脱欧”人数	35	15	50
合计	55	45	100

$$K^2=\frac{100\times(20\times15-30\times35)^2}{55\times45\times50\times50}\approx 9.091>6.635$$

所以有 99%的把握认为以 50 岁为分界点对是否支持脱离欧盟的态度有差异.

(Ⅱ)

X	0	1	2
P	$\frac{10}{21}$	$\frac{10}{21}$	$\frac{1}{21}$

EX=$\frac{4}{7}$

21【详解】

（1）$\because$函数 $f\left(x\right)=x\left|x-a\right|+2x=\begin{cases}x^2+\left(2-a\right)x, & x\ge a\\ -x^2+\left(a+2\right)x, & x<a\end{cases}$.

由于 $f\left(x\right)$ 在 R 上是连续的增函数，

所以只要当 $x\geqslant a$ 时为增函数且当 $x<a$ 时也为增函数；

即$\begin{cases}a\ge -\dfrac{2-a}{2}\\ a\le \dfrac{a+2}{2}\end{cases}$，解得 $-2\le a\le 2$，则 a 的范围为 $\left[-2,2\right]$.

（2）由题意得对任意的实数 $x\in\left[1,2\right]$，$f\left(x\right)<g\left(x\right)$ 恒成立，

即 $x\left|x-a\right|<1$，当 $x\in\left[1,2\right]$ 恒成立，

即 $\left|x-a\right|<\dfrac{1}{x}$，

$\therefore -\dfrac{1}{x}<x-a<\dfrac{1}{x}$，

$\therefore x-\dfrac{1}{x}<a<x+\dfrac{1}{x}$，

故 $a>x-\dfrac{1}{x}$ 且 $a<x+\dfrac{1}{x}$ 在 $x\in\left[1,2\right]$ 上恒成立，

即在 $x\in\left[1,2\right]$ 时，只要 $a>x-\dfrac{1}{x}$ 的最大值且 $a<x+\dfrac{1}{x}$ 的最小值即可，

而当 $x\in\left[1,2\right]$ 时，$y=x-\dfrac{1}{x}$ 为增函数，$y_{\max}=2-\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{2}$；

当 $x\in\left[1,2\right]$ 时，$y=x+\dfrac{1}{x}$ 为增函数，$y_{\min}=2$，

$\therefore \dfrac{3}{2}<a<2$.

所以满足条件的所有 $a\in\left(\dfrac{3}{2},2\right)$.

（3）由题意得，关于 x 的方程 $f\left(x\right)=tf\left(a\right)$ 有三个不相等的实数根

$\Leftrightarrow f\left(x\right)=2at$ 有三个不相等的实数根；

即 $y=f\left(x\right)$ 与 $y=2at$ 有三个不同的交点；

①当 $-2\le a\le 2$ 时，由（1）知，$f\left(x\right)$ 在 R 上是增函数，

则关于 x 的方程 $f\left(x\right)=tf\left(a\right)$ 不可能有三个不等的实数根；

②当$a\in(2,4]$时，由$f(x)=x|x-a|+2x=\begin{cases}x^2+(2-a)x, & x\ge a\\ -x^2+(a+2)x, & x<a\end{cases}$.

当$x\geqslant a$时，$\because a\in(2,4]$，

$\therefore f(x)=x^2+(2-a)x$对称轴$x=\dfrac{a-2}{2}<a$，

则$f(x)$在$x\in[a,+\infty)$为增函数；

此时$f(x)$的值域为$[f(a),+\infty)=[2a,+\infty)$，

当$x<a$时，$f(x)=-x^2+(2+a)x$对称轴$x=\dfrac{a+2}{2}$，

$\because a\in(2,4]$，$\therefore \dfrac{a+2}{2}-a=\dfrac{2-a}{2}<0$，

$\therefore$对称轴$x=\dfrac{a+2}{2}<a$，

则$f(x)$在$\left(-\infty,\dfrac{a+2}{2}\right)$为增函数，此时$f(x)$的值域为$\left(-\infty,\dfrac{(a+2)^2}{4}\right)$，

$f(x)$在$\left[\dfrac{a+2}{2},a\right)$为减函数，此时$f(x)$的值域为$\left(2a,\dfrac{(a+2)^2}{4}\right]$；

综上所述，若存在$a\in(2,4]$，使$y=f(x)$与$y=2at$有三个不同的交点，

则$2a<2at<\dfrac{(a+2)^2}{4}$，

即存在$a\in(2,4]$，使得$1<t<\dfrac{(a+2)^2}{8a}$即可，

令$g(a)=\dfrac{(a+2)^2}{8a}=\dfrac{1}{8}\left(a+\dfrac{4}{a}+4\right)$，

只要使$t<(g(a))_{\max}$即可，而$g(a)$在$a\in(2,4]$上是增函数，

$g(a)_{\max}=g(4)=\dfrac{9}{8}$.

故可得$t<\dfrac{9}{4}$.

【点睛】

本题考查由分段函数在R上的单调性求参数的范围，以及由恒成立问题求参数的范围，涉及由方程根的个数，求参数的范围，属综合性中档题.

22、解：(1)设模型$\hat{y}=0.9369+0.0285\sqrt{x}$和$\hat{y}=0.9554+0.0306lnx$
的相关指数分别为R_1^2和R_2^2，

则$R_1^2=1-\frac{0.000591}{0.00605}$,$R_1^2=1-\frac{0.000164}{0.00605}$，$R_1^2<R_2^2$，

所以模型$\hat{y}=0.9554+0.0306lnx$拟合的效果好．

(2)由(1)知模型$\hat{y}=0.9554+0.0306lnx$拟合的效果好，

利用该模型预测可得，这个小区在 2018 年 6 月份的在售二手房均价为：$\hat{y}=0.9554+0.0306ln18=0.9554+0.0306(ln2+2ln3)\approx 1.044$ 万平方米

(i)设该购房者应支付的购房金额为 h 万元，

因为税费中买方只需缴纳契税，

所以①当 $70\leq m\leq 90$ 时，契税为计税价格的 1%，

故 $h=m\times 1.044\times(1\%+1)=1.05444m$；

②当 $90<m\leq 144$ 时，契税为计税价格的 1.5%，

故 $h=m\times 1.044\times(1.5\%+1)=1.05966m$；

③当 $144<m\leq 160$ 时，契税为计税价格的 3%

故 $h=m\times 1.044\times(3\%+1)=1.07532m$；

所以 $h=\begin{cases}1.05444m,70\leq m\leq 90\\1.05966m,90<m\leq 144\\1.07532m,144<m\leq 160\end{cases}$，

∴当 $70\leq m\leq 9$ 时购房金额为 $1.05444m$ 万元，

当 $90<m\leq 144$ 时购房金额为 $1.05966m$ 万元，

当 $144<m\leq 160$ 时购房金额为 $1.07532m$ 万元；

(ii)设该购房者可购买该小区二手房的最大面积为 t 平方米，

由(i)知，当 $70\leq t\leq 90$ 时，应支付的购房金额为 $1.05444t$，

又 $1.05444t\leq 1.05444\times 90<100$；

当 $90\leq t<100$ 时，应支付的购房金额为 $1.05966t$，

由 $1.05966t\leq 100$，解得 $t\leq\frac{100}{1.05966}\frac{100}{1.05966}$,

因为$\frac{100}{1.05966}\approx 94.4$，

所以该购房者可购买该小区二手房的最大面积为 94 平方米．