

班级_____ 姓名_____ 座号_____

1. 下列集合 A 到集合 B 的对应 f 是函数的是()

A. $A = \mathbb{R}, B = \{\text{正实数}\}$, $f: A$ 中的数取绝对值 B. $A = \{0,1\}, B = \{-1,0,1\}$, $f: A$ 中的数求平方根
C. $A = \mathbb{Z}, B = \mathbb{Q}$, $f: A$ 中的数取倒数 D. $A = \{-1,0,1\}, B = \{-1,0,1\}$, $f: A$ 中的数的平方

2. 已知 $f(\frac{1}{2}x - 1) = 2x - 5$, 且 $f(a) = 6$, 则 a 等于()

A. $-\frac{7}{4}$ B. $\frac{7}{4}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $-\frac{4}{3}$

3. 已知 $y = f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的奇函数, 则下列函数中为奇函数的是()

① $y = f(|x|)$; ② $y = f(-x)$; ③ $y = xf(x)$; ④ $y = x + f(x)$.

A. ①③ B. ②③ C. ①④ D. ②④

4. 函数 $y = \sqrt{x-2} + \frac{1}{x-4}$ 的定义域为()

A. $[4, +\infty)$ B. $[2, 4]$ C. $[2, 4) \cup (4, +\infty)$ D. $[-4, 2]$

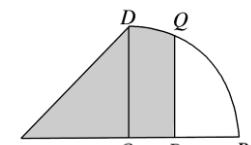
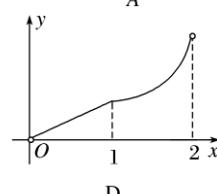
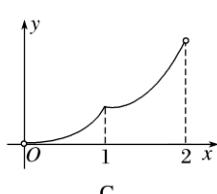
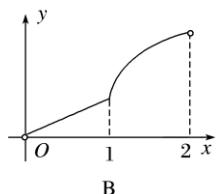
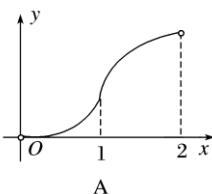
5. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - ax, & x \leq 0 \\ ax^2 + x, & x > 0 \end{cases}$ 为奇函数, 则 $a =$ ()

A. -1 B. 1 C. 0 D. ± 1

6. 某市居民生活用电电价实行全市同价, 并按三档累进递增。第一档: 月用电量为 $0-200$ 千瓦时(以下简称度), 每度 0.5 元; 第二档: 月用电量超过 200 度但不超过 400 度时, 超出的部分每度 0.6 元; 第三档: 月用电量超过 400 度时, 超出的部分每度 0.8 元; 若某户居民 9 月份的用电量是 420 度, 则该用户 9 月份应缴电费是()

A. 210 元 B. 232 元 C. 236 元 D. 276 元

7. 如图, $\triangle AOD$ 是一直角边长为 1 的等腰直角三角形, 平面图形 OBD 是四分之一圆的扇形, 点 P 在线段 AB 上, $PQ \perp AB$, 且 PQ 交 AD 或交弧 DB 于点 Q , 设 $AP = x$ ($0 < x < 2$), 图中阴影部分表示的平面图形 APQ (或 $APQD$) 的面积为 y , 则函数 $y = f(x)$ 的大致图象是()



8. 设正实数 x, y, z 满足 $x^2 - 3xy + 4y^2 - z = 0$, 则当 $\frac{xy}{z}$ 取得最大值时, $\frac{2}{x} + \frac{1}{y} - \frac{2}{z}$ 的最大值为()
- A. 0 B. 1 C. $\frac{9}{4}$ D. 3

9(多选题)下列函数中, 在区间 $(0,1)$ 上是增函数的是()

- A. $y = |x|$ B. $y = x + 3$ C. $y = \frac{1}{x}$ D. $y = -x^2 + 4$

10(多选题)关于函数 $f(x) = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$ 的结论正确的是()

- A. 定义域、值域分别是 $[-1,3], [0,+\infty)$ B. 单调增区间是 $(-\infty,1]$
 C. 定义域、值域分别是 $[-1,3], [0,2]$ D. 单调增区间是 $[-1,1]$

11(多选题)定义在 R 上的奇函数 $f(x)$ 为减函数, 偶函数 $g(x)$ 在区间 $[0,+\infty)$ 上的图象与 $f(x)$ 的图象重合, 设 $a > b > 0$, 则下列不等式中成立的是()

- A. $f(b) - f(-a) < g(a) - g(-b)$ B. $f(b) - f(-a) > g(a) - g(-b)$
 C. $f(a) + f(-b) < g(b) - g(-a)$ D. $f(a) + f(-b) > g(b) - g(-a)$

12(多选题)若定义域为 R 的函数 $f(x)$ 在 $(4,+\infty)$ 上为减函数, 且函数 $y = f(x+4)$ 为偶函数, 则()

- A. $f(2) > f(3)$ B. $f(2) = f(6)$ C. $f(3) = f(5)$ D. $f(3) > f(6)$

13. 已知幂函数 $f(x) = k \cdot x^\alpha$ 的图象过点 $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$, 则 $k + \alpha =$ _____.

14. 设 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & 0 < x < 1 \\ 2(x-1), & x \geq 1 \end{cases}$, 若 $f(a) = f(a+1)$, 则 $a =$ _____.

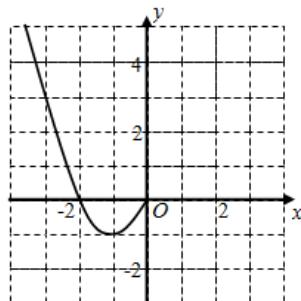
15. 已知函数 $y = \sqrt{x^2 + ax - 1 + 2a}$ 的值域为 $[0,+\infty)$, 则 a 的取值范围是_____.

16. 若集合 $A = \{x \in Z \mid x^2 - (a+2)x + 2 - a < 0\}$ 中有且只有一个元素, 则正实数 a 的取值范围是_____.

17. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数, 且当 $x \leq 0$ 时, $f(x) = x^2 + 2x$.

(1) 现已画出函数 $f(x)$ 在 y 轴左侧的图象, 如图所示, 请补出完整函数 $f(x)$ 的图象, 并根据图象写出函数 $f(x)$ 的增区间;

(2) 写出函数 $f(x)$ 的解析式和值域.



18. 已知关于 x 的不等式 $-x^2 + ax + b > 0$.

(1) 若该不等式的解集为 $(-4, 2)$, 求 a, b 的值;

(2) 若 $b = a + 1$, 求此不等式的解集.

19. 已知函数 $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$, $x \in [3, 5]$.

(1) 判断 $f(x)$ 在区间 $[3, 5]$ 上的单调性并证明;

(2) 求 $f(x)$ 的最大值和最小值.

20. 已知函数 $f(x)$ 对于任意 $x, y \in R$, 总有 $f(x) + f(y) = f(x+y)$, 且 $x > 0$ 时, $f(x) < 0$.

(1) 求证: $f(x)$ 在 R 上是奇函数;

(2) 求证: $f(x)$ 在 R 上是减函数;

(3) 若 $f(1) = -\frac{2}{3}$, 求 $f(x)$ 在区间 $[-3, 3]$ 上的最大值和最小值.

21. (选做)如图, 河的两岸分别有生活小区 ABC 和 DEF , 其中 $AB \perp BC, EF \perp DF, DF \perp AB, C, E, F$

三点共线, FD 与 BA 的延长线交于点 O , 测得 $AB = 3km$, $BC = 4km$, $DF = \frac{9}{4}km$, $FE = 3km$,

$EC = \frac{3}{2}km$, 若以 OA, OD 所在直线分别为 x, y 轴建立平面直角坐标系 xOy 则河岸 DE 可看成是曲线

$y = \frac{x+b}{x+a}$ (其中 a, b 是常数) 的一部分, 河岸 AC 可看成是直线 $y = kx + m$ (其中 k, m 为常数) 的一部

分.

(1) 求 a, b, k, m 的值.

(2) 现准备建一座桥 MN , 其中 M, N 分别在 DE, AC 上, 且 $MN \perp AC$, M 的横坐标为 t . 写出桥 MN 的长 l 关于 t 的函数关系式 $l = f(t)$, 并标明定义域; 当 t 为何值时, l 取到最小值? 最小值是多少?

