

泉州七中 2020 级高一上学期数学周练 (5) 2020-12-18

1. 设集合 $M = \{x | x = \frac{k}{2} \cdot 180^\circ + 45^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$, $N = \{x | x = \frac{k}{4} \cdot 180^\circ + 45^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$, 那么 ()

- A. $M = N$ B. $M \subseteq N$ C. $N \subseteq M$ D. $M \cap N = \emptyset$

2. 函数 $y = \log_a(x-3) + 2$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 的图象过定点 P , 且角 α 的终边过点 P ,

则 $\sin \alpha + \cos \alpha =$ ()

- A. $\frac{7}{5}$ B. $\frac{6}{5}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

3. 设 θ 是第三象限角, 且 $|\cos \frac{\theta}{2}| = -\cos \frac{\theta}{2}$, 则 $\frac{\theta}{2}$ 是 ()

- A. 第一象限角 B. 第二象限角 C. 第三象限角 D. 第四象限角

4. $\sin 2 \cdot \cos 3 \cdot \tan 4$ 的值 ()

- A. 小于 0 B. 大于 0 C. 等于 0 D. 不存在

5. 函数 $f(x) = a^2x - 2a + 1$. 若命题 “ $\forall x \in (0, 1), f(x) \neq 0$ ” 是假命题, 则实数 a 的取值范围 ()

- A. $(\frac{1}{2}, 1)$ B. $(1, +\infty)$ C. $(\frac{1}{2}, +\infty)$ D. $(\frac{1}{2}, 1) \cup (1, +\infty)$

6. 已知奇函数 $f(x)$ 在 \mathbb{R} 上是增函数, $g(x) = xf(x)$. 若 $a = g(-\log_2 5.1)$, $b = g(2^{0.8})$, $c = g(3)$,

则 a, b, c 的大小关系为 ()

- A. $a < b < c$ B. $c < b < a$ C. $b < a < c$ D. $b < c < a$

7. 已知函数 $f(x) = |\lg x|$, 若 $0 < a < b$, 且 $f(a) = f(b)$, 则 $a + 2b$ 的取值范围是 ()

- A. $(2\sqrt{2}, +\infty)$ B. $[2\sqrt{2}, +\infty)$ C. $(3, +\infty)$ D. $[3, +\infty)$

8. $f(x)$ 的定义域为 \mathbb{R} , 且 $f(x) = \begin{cases} 2^{-x} - 1, & x \leq 0 \\ f(x-1), & x > 0 \end{cases}$, 若方程 $f(x) = x + a$ 有两不同实根, 则 a 的

取值范围为 ()

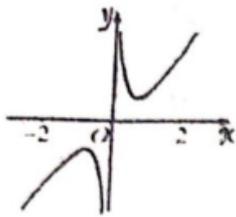
- A. $(-\infty, 1)$ B. $(-\infty, 1]$ C. $(0, 1)$ D. $(-\infty, +\infty)$

9. (多选题) 下列各组函数中, 两个函数是同一个函数的有 ()

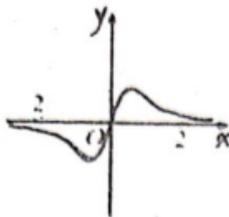
- A. $f(x) = |x|$ 与 $g(x) = \sqrt{x^2}$ B. $f(x) = x + 1$ 与 $g(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$

- C. $f(x) = \frac{|x|}{x}$ 与 $g(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$ D. $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ 与 $g(x) = \sqrt{x+1}\sqrt{x-1}$

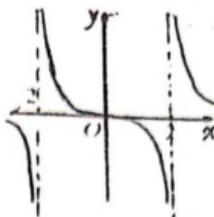
10. (多选题) 函数 $f(x) = \frac{x}{x^2 + a}$ 的图象可能是 ()



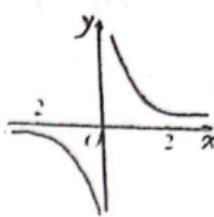
A.



B.

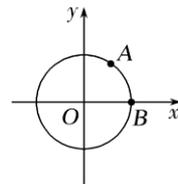


C.



D.

11. (多选题) 如图, A, B 是单位圆上的两个质点, 点 B 的坐标为 $(1, 0)$, $\angle BOA = 60^\circ$, 质点 A 以 1 rad/s 的角速度按逆时针方向在单位圆上运动, 质点 B 以 2 rad/s 的角速度按顺时针方向在单位圆上运动, 则 ()



- A. 经过 1 秒后, $\angle BOA$ 的弧度数为 $\frac{\pi}{3} + 3$ B. 经过 $\frac{\pi}{12}$ 秒后, 扇形 AOB 的弧长为 $\frac{7\pi}{12}$
 C. 经过 $\frac{\pi}{6}$ 秒后, 扇形 AOB 的面积为 $\frac{\pi}{3}$ D. 经过 $\frac{5\pi}{9}$ 秒后, A, B 在单位圆上第一次相遇

12. (多选题) 关于函数 $f(x) = a^{\frac{x^2+1}{|x|}}$ ($a > 0, a \neq 1$), 下列命题中正确的是 ()

- A. 函数图像关于 y 轴对称 B. 当 $a > 1$ 时, 函数在 $(0, +\infty)$ 上为增函数
 C. 当 $0 < a < 1$ 时, 函数有最大值, 且最大值为 a^2 D. 函数的值域是 $[a^2, +\infty)$

班级 _____ 姓名 _____ 座号 _____

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

13. 终边在直线 $y = \sqrt{3}x$ 上, 且在 $[-2\pi, 2\pi)$ 内的角 α 的集合为 _____.

14. 已知 $\sin x + \cos x = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$, $x \in (0, \pi)$, 则 $\tan x$ 等于 _____.

15. 某市规定某工厂产生的废气必须过滤后才能排放, 已知在过滤过程中, 废气中的污染物 P (单位: 毫克/升) 与过滤时间 t (单位: 小时) 之间的函数关系式为: $P(t) = P_0 e^{-kt}$ (e 为自然对数的底数, P_0 为污染物的初始含量), 过滤 2 小时后检测, 发现污染物的含量为原来的 $\frac{16}{25}$, 则 $k =$ _____; 且至少需要过滤 _____ 小时后, 才能使污染物的含量不超过初始值的 $\frac{1}{10000}$. (参考数据: $\lg 2 \approx 0.3$)

16. 对于实数 a 和 b ，定义运算 “ $*$ ”： $a*b = \begin{cases} a^2 - ab, & a \leq b, \\ b^2 - ab, & a > b, \end{cases}$ 设 $f(x) = (2x-1)*(x-1)$ ，且关于 x 的方程为 $f(x) = m$ ($m \in \mathbb{R}$) 恰有三个互不相等的实数根 x_1, x_2, x_3 ，则 $x_1 x_2 x_3$ 的取值范围_____.

17. 方程 $x^2 + 2x - 1 = 0$ 的解就是函数 $y = x + 2$ 的图象与函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象交点的横坐标，若方程 $x^4 + ax - 4 = 0$ 的各个实根 x_1, x_2, \dots, x_k ($k \in \mathbb{N}^*, k \leq 4$) 所对应的点 $\left(x_i, \frac{4}{x_i}\right)$ ($i = 1, 2, \dots, k$) 均在直线 $y = x$ 的同侧，则实数 a 的取值范围是_____.

18. 已知幂函数 $f(x) = x^{(m^2+m)-1}$ ($m \in \mathbb{N}^*$). (1) 试确定该函数的定义域，并指明该函数在其定义域上的单调性；(2) 若函数 $f(x)$ 的图象经过点 $(2, \sqrt{2})$ ，试确定 m 的值，并求满足条件 $f(2-a) > f(a-1)$ 的实数 a 的取值范围.

19. 我国是世界上人口最多的国家，1982 年十二大，计划生育被确定为基本国策. 实行计划生育，严格控制人口增长，坚持少生优生，这是直接关系到人民生活水平的进一步提高，也是造福子孙后代的百年大计.

(1) 据统计 1995 年底，我国人口总数约 12 亿，如果人口的自然年增长率控制在 1%，到 2020 年底我国人口总数大约为多少亿（精确到亿）；

(2) 当前，我国人口发展已经出现转折性变化，2015 年 10 月 26 日至 10 月 29 日召开的党的十八届五中全会决定，坚持计划生育的基本国策，完善人口发展战略，全面实施一对夫妇可生育两个孩子政策，积极开展应对人口老龄化行动. 这是继 2013 年，十八届三中全会决定启动实施“单独二孩”政策之后的又一次人口政策调整. 据统计 2015 年中国人口实际数量大约 14 亿，若实行全面两孩政策后，预计人口年增长率实际可达 1%，那么需经过多少年我国人口可达 16 亿.（参考数字： $1.01^{25} \approx 1.2824$ ， $\lg 2 \approx 0.3010$ ， $\lg 7 \approx 0.8451$ ， $\lg 1.01 \approx 0.0043$ ）

20. 定义在 $(0, +\infty)$ 的函数 $f(x)$ 满足：①当 $x > 1$ 时， $f(x) < -2$ ；②对任意 $x, y \in (0, +\infty)$ ，总有 $f(xy) = f(x) + f(y) + 2$ 。（1）求出 $f(1)$ 的值；（2）解不等式 $f(x) + f(x-1) > -4$ ；（3）写出一个满足上述条件的具体函数（不必说明理由，只需写出一个就可以）。

21. 已知函数 $f(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 满足 $f(0) = 1$ ，对于任意 $x \in \mathbf{R}$ ， $f(x) \geq -x$ ，且

$f\left(\frac{1}{2} + x\right) = f\left(\frac{1}{2} - x\right)$ 。（1）求函数 $f(x)$ 解析式；（2）讨论方程 $f(x) = |mx - 1| (m > 0)$ 在区间 $(0, 1)$ 上的根个数。