泉州七中 2019-2020 学年度下学期高一年第三次单元考数学试卷

考试时间 ：120 分钟　　满分：150 分

命卷人：饶真平 刘桂莲

一、选择题（每小题 5 分，共 60 分．第 1 到第 10 小题为单选题，第 11、12 小题为多选题．）

1．设复数 $z=i^{2021}-\dfrac{1-i}{i}$，则 $|z|=$（　　）

A．$\sqrt{5}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．2　　D．1

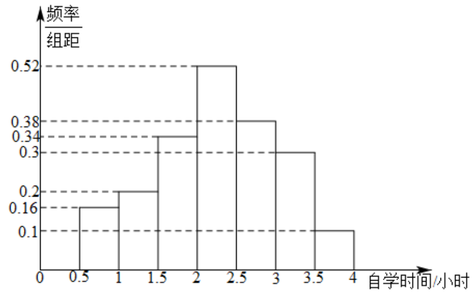
2．已知 $\left|\vec{a}\right|=1,\left|\vec{b}\right|=6,\vec{a}\cdot(\vec{b}-\vec{a})=2$，则向量 $\vec{a}$ 与向量 $\vec{b}$ 的夹角是（　　）

A．$\dfrac{\pi}{6}$　　B．$\dfrac{\pi}{4}$　　C．$\dfrac{\pi}{3}$　　D．$\dfrac{\pi}{2}$

3．如图是某学校的教研处根据调查结果绘制的本校学生每天放学后的自学时间情况的频率分布直方图：根据频率分布直方图，求出自学时间的中位数和众数的估计值（精确到 0.01）分别是（　　）

A．2.20，2.25　　B．2.29，2.20

C．2.29，2.25　　D．2.25，2.25



4．有 5 件产品，其中 3 件正品，2 件次品，从中任取 2 件，则互斥而不对立的两个事件是（　　）

A．至少有 1 件次品与至多有 1 件正品　　B．至少有 1 件次品与 2 件都是正品

C．至少有 1 件次品与至少有 1 件正品　　D．恰有 1 件次品与恰有 2 件正品

5．已知回归直线 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 斜率的估计值为 1.23，样本点的中心为点 $\left(4,5\right)$，当 $x=2$ 时，估计 y 的值为（　　）

A．6.46　　B．7.46　　C．2.54　　D．1.39

6．下列说法中错误的是（　　）

A．先把高二年级的 2000 名学生编号：1 到 2000，再从编号为 1 到 50 的学生中随机抽取 1 名学生，其编号为 m，然后抽取编号为 $m+50$，$m+100$，$m+150$，……的学生，这种抽样方法是系统抽样法.

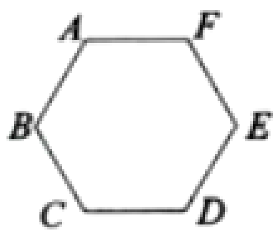
B．一组数据的方差为 s^2，平均数为 $\overline{x}$，将这组数据的每一个数都乘以 2，所得的一组新数据的方差和平均数为 $4s^2$，$2\overline{x}$．

C．若两个随机变量的线性相关性越强，则相关系数 r 的值越接近于 1.

D．若一组数据 1，a，3 的平均数是 2，则该组数据的方差是 $\dfrac{2}{3}$.

7．如图，在边长为 2 的正六边形 $ABCDEF$ 内任取一点 P，则点 P 到正六边形六个顶点的距离都大于 1 的概率为（　　）

A．$1-\dfrac{\sqrt{3}\pi}{9}$　　B．$1-\dfrac{\sqrt{3}\pi}{18}$　　C．$1-\dfrac{\sqrt{3}\pi}{27}$　　D．$1-\dfrac{\sqrt{3}\pi}{12}$

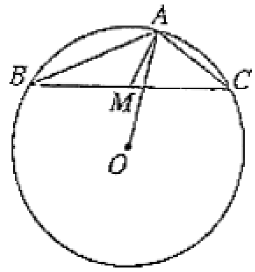


8．在 ΔABC 中，a,b,c 分别为角 A,B,C 的对边，且 $c>b>a$，若向量 $\vec{m}=\left(a-b,1\right)$ 和 $\vec{n}=\left(b-c,1\right)$ 平行，且 $\sin B=\dfrac{4}{5}$，当 ΔABC 的面积为 $\dfrac{3}{2}$ 时，则 $b=$（　　）

A．$\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$　　B．2　　C．4　　D．$2+\sqrt{3}$

9．设平面向量$\vec{a}=(-2,1)$，$\vec{b}=(\lambda,-1)$，若$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为钝角，则λ的取值范围是（　　）

A. $\left(-\frac{1}{2},2\right)\cup(2,+\infty)$　　B. $(2,+\infty)$　　C. $\left(-\frac{1}{2},+\infty\right)$　D. $\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)$



10．如图所示，O为ΔABC的外心，$AB=4$，$AC=2$，$\angle BAC$为钝角，M为BC边的中点，则$\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AO}$的值为（　　）

A. $2\sqrt{3}$　　B. 12　　C. 6　　D. 5

11．关于函数$y=2\sin\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)+1$，下列叙述正确的是（　　）

A. 其图象关于直线$x=-\frac{\pi}{4}$对称　　B. 其图象关于点$\left(\frac{\pi}{12},1\right)$对称

C. 其值域是$[-1,3]$　　D. 其图象可由$y=2\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+1$图象上所有点的横坐标变为原来的$\frac{1}{3}$得到

12. 已知两个不相等的非零向量$\vec{a},\vec{b}$，两组向量$\vec{x_1},\vec{x_2},\vec{x_3},\vec{x_4},\vec{x_5}$和$\vec{y_1},\vec{y_2},\vec{y_3},\vec{y_4},\vec{y_5}$均由$2$个$\vec{a}$和$3$个$\vec{b}$排列而成，记$S=\vec{x_1}\cdot\vec{y_1}+\vec{x_2}\cdot\vec{y_2}+\vec{x_3}\cdot\vec{y_3}+\vec{x_4}\cdot\vec{y_4}+\vec{x_5}\cdot\vec{y_5}$，$S_{\min}$表示$S$所有可能取值中的最小值，则下列命题中正确的是（　　）

A. S有5个不同的值　　B. 若$\vec{a}\perp\vec{b}$，则$S_{\min}$与$|\vec{a}|$无关

C. 若$\vec{a}//\vec{b}$，则$S_{\min}$与$|\vec{b}|$无关　　D. 若$|\vec{b}|>4|\vec{a}|$，则$S_{\min}>0$

二、填空题（共 4 小题，共 20 分，每题两空，其中第一空 2 分，第二空 3 分.）

13. 函数$f(x)=\sin 2x+2\sin^2 x-1$（$x\in\mathbf{R}$）的最小正周期为________，最大值为________.

14. 已知某单位有40名职工，现要从中抽取5名职工，将全体职工随机按$1\sim40$编号，并按编号顺序平均分成5组，按系统抽样方法在各组内抽取一个号码.

（1）若第1组抽出的号码为2，则最后一个被抽出职工的号码为________；

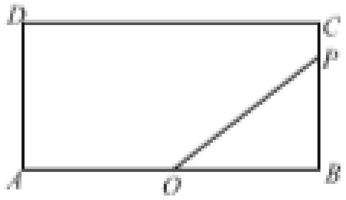
（2）分别统计这5名职工的体重（单位：公斤），获得体重数据的茎叶图如图所示，则该样本的方差为________.

5	9
6	2
7	0 3
8	1

15. 如图，矩形$ABCD$中，$AB=2$，$BC=1$，O为AB的中点.

（1）当点P在BC边上时，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{OP}$的值为________；

（2）当点P沿着BC，CD与DA边运动时，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{OP}$的最小值为_________.



16. 已知ΔABC是锐角三角形，a,b,c分别是角A,B,C的对边．若$A=2B$，则

（1）角B的取值范围是_________.

（2）$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$的取值范围是_________.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出必要文字说明、证明过程或演算步骤．第 17 小题满分 10 分，其他小题满分 12 分）

17. 5张奖券中有2张是中奖的，先由甲抽1张，然后由乙抽1张，抽后不放回，求：

（1）甲中奖的概率$P(A)$；

（2）甲、乙都中奖的概率$P(B)$；

（3）只有乙中奖的概率$P(C)$；

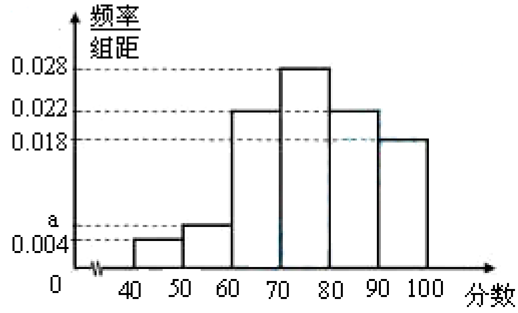
（4）乙中奖的概率$P(D)$.

18．某企业为了解下属某部门对本企业职工的服务情况，随机访问50名职工，根据这50名职工对该部门的评分，绘制频率分布直方图（如图所示），其中样本数据分组区间为$[40,50),[50,60),\ldots,[80,90),[90,100]$

（1）求频率分布直方图中a的值；

（2）估计该企业的职工对该部门评分不低于80的概率；

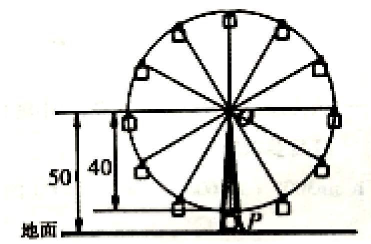
（3）从评分在$[40,60)$的受访职工中，随机抽取2人，求此2人评分都在$[40,50)$的概率.



19．如图，某公园摩天轮的半径为40 m，圆心距地面的高度为50 m，摩天轮做匀速转动，每3 min转一圈，摩天轮上的点P的起始位置在最低点处.

（1）已知在时刻t (min)时P距离地面的高度$f(t)=A\sin(\omega t+\varphi)+h$，（其中$A>0,\omega>0,|\varphi|<\pi$），求2017 min时$P$距离地面的高度；

（2）当离地面$\left(50+20\sqrt{3}\right)$ m以上时，可以看到公园的全貌，求转一圈中有多少时间可以看到公园的全貌？

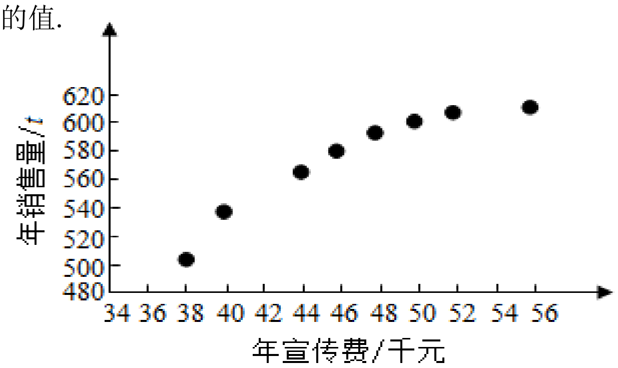


20．已知$\vec{m}=(2\cos x+2\sqrt{3}\sin x,1)$，$\vec{n}=(\cos x,-y)$，且$\vec{m}\perp\vec{n}$.

（1）将y表示为x的函数$f(x)$，并求$f(x)$的单调增区间；

（2）已知a,b,c分别为ΔABC的三个内角A,B,C对应的边长，若$f(\frac{A}{2})=3$，且$a=2$，$b+c=4$，求ΔABC的面积.

21．某公司为确定下一年度投入某种产品的宣传费，需了解年宣传费 x（单位：千元）对年销售量 y（单位：t）和年利润 z（单位：千元）的影响，对近 8 年的年宣传费 x_i 和年销售量 $y_i(i=1,2,\ldots,8)$ 数据作了初步处理，得到下面的散点图及一些统计量的值.



$\overline{x}$	$\overline{y}$	$\overline{w}$	$\sum_{i=1}^{8}(x_i-\overline{x})^2$	$\sum_{i=1}^{8}(w_i-\overline{w})^2$	$\sum_{i=1}^{8}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})$	$\sum_{i=1}^{8}(w_i-\overline{w})(y_i-\overline{y})$
46. 6	563	6. 8	289. 8	1. 6	1469	108. 8

表中 $w_i=\sqrt{x_i}$ ，$\overline{w}=\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{8}w_i$

（1）根据散点图判断，$y=a+bx$ 与 $y=c+d\sqrt{x}$ 哪一个适宜作为年销售量 y 关于年宣传费 x 的回归方程类型？（给出判断即可，不必说明理由）

（2）根据（1）的判断结果及表中数据，建立 y 关于 x 的回归方程；

（3）已知这种产品的年利润 z 与 x,y 的关系为 $z=0.2y-x$. 根据（2）的结果回答下列问题：

（i）年宣传费 $x=49$ 时，年销售量及年利润的预报值是多少？

（ii）年宣传费 x 为何值时，年利率的预报值最大？

附：对于一组数 (u_1,v_1)，(u_2,v_2)，…，(u_n,v_n)，其回归直线 $v=\alpha+\beta u$ 斜率和截距的最小二乘估计分别为

$$\beta=\frac{\sum_{i=1}^{n}(u_i-\overline{u})(v_i-\overline{v})}{\sum_{i=1}^{n}(u_i-\overline{u})^2}，\ \alpha=\overline{v}-\beta\overline{u}.$$

22．ΔABC 的内角 A、B、C 的对边分别为 a、b、c，已知 ΔABC 的面积为 $\dfrac{a^2}{3\sin A}$

（1）求 $\sin B\sin C$；

（2）若 $6\cos B\cos C=1,a=3$，求 ΔABC 的周长.