泉州七中 2019-2020 学年度下学期高一年第二次单元考数学试卷

考试时间 ：120 分钟　　满分：150 分

命卷人：杨小郎　陈景文

一、选择题（每小题 5 分，共 60 分．第 1 到第 10 小题为单选题，第 11、12 小题为多选题.）

1. 某大学数学系共有本科生1000人，其中一、二、三、四年级的人数比为$4:3:2:1$，要用分层抽样的方法从所有本科生中抽取一个容量为200的样本，则应抽取三年级的学生人数为（　　）

A．80　　B．40　　C．60　　D．20

2. 从2004名学生中抽取50名组成参观团，若采用下面的方法选取，先用简单随机抽样从2004人中剔除4人，剩下的2000人再按系统抽样的方法进行，则每人入选的概率是（　　）

A．不全相等　　B．均不相等　　C．都相等，且为$\dfrac{25}{1002}$　　D．都相等，且为$\dfrac{1}{40}$

3. 复数$z=1+\mathrm{i}$（i为虚数单位），$\overline{z}$为z的共轭复数，则下列结论正确的是（　　）

A．$\overline{z}$的实部为-1　　B．$\overline{z}$的虚部为1　　C．$z\cdot\overline{z}=2$　　D．$\dfrac{\overline{z}}{z}=\mathrm{i}$

4. 下列命题中正确的是（　　）

A．若$x\in\mathbf{C}$，则方程$x^3=2$只有一个根　　B．若$z_1,z_2\in\mathbf{C}$且$z_1-z_2>0$，则$z_1>z_2$

C．若$z\in\mathbf{R}$，则$z\cdot\overline{z}=|z|^2$不成立　　D．若$z\in\mathbf{C}$且$z^2<0$，那么z一定是纯虚数

5. 设ΔABC的内角A,B,C所对的边分别为a,b,c，若$b\cos C+c\cos B=a\sin A$，

则ΔABC的形状为（　　）

A．直角三角形　　B．锐角三角形　　C．钝角三角形　　D．不确定

6. 总体由编号为$01,02,\cdots,19,20$的20个体组成，利用下面的随机数表选取6个个体，选取方法是从随机数表第1行的第9个数字开始由左到右依次选取两个数字，则选出来的第6个个体的编号为（　　）

7816	6572	0802	6314	0702	4369	1128	0598
3204	9234	4935	8200	3623	4869	6938	7481

A．11　　B．02　　C．05　　D．04

7. 我国南宋著名数学家秦九韶发现了由三角形三边求三角形面积的“三斜公式”，设ΔABC的三个内角A,B,C所对的边分别为a,b,c，面积为S，则“三斜求积”公式为$S=\sqrt{\dfrac{1}{4}a^2c^2-\dfrac{\left(a^2+c^2-b^2\right)^2}{16}}$.

若$a^2\sin C=4\sin A$，$\left(a+c\right)^2=12+b^2$，则用“三斜求积”公式求得$\Delta ABC$的面积为（　　）

A．$\sqrt{3}$　　B．2　　C．3　　D．$\sqrt{6}$

8. 以下茎叶图记录了甲、乙两组各五名学生在一次英语听力测试中的成绩(单位:分)

甲组		乙组
9	0	9
x 2	1	5 y 8
7 4	2	4

已知甲组数据的中位数为15，乙组数据的平均数为16.8，则 x, y 的值分别为（　　）

A． $2,5$　　　B． $5,5$　　　C． $5,8$　　　D． $8,8$

9. 已知向量$\vec{m}=(2\cos^2 x,\sqrt{3}),\vec{n}=(1,\sin 2x)$，设函数 $f(x)=\vec{m}\cdot\vec{n}$，则下列关于函数 $y=f(x)$ 的性质的描述正确的是（　　）

A. 图像关于直线 $x=\dfrac{\pi}{12}$ 对称　　　B. 图像关于点 $(\dfrac{5\pi}{12},0)$ 对称

C. 周期为 2π　　　D. 在 $(-\dfrac{\pi}{3},0)$ 上单调递增

10. 直线l与平行四边形 $ABCD$ 中的两边 AB, AD 分别交于点 E, F，且交其对角线 AC 于点 M，若 $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AE}$，$\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{AF}$，$\overrightarrow{AM}=\lambda\overrightarrow{AB}-\mu\overrightarrow{AC}\left(\lambda,\mu\in\mathbf{R}\right)$，则 $\dfrac{5}{2}\mu-\lambda=$（　　）

A． $\dfrac{3}{2}$　　　B． 1　　　C． $-\dfrac{1}{2}$　　　D． -3

11. 在 ΔABC 中，下列说法正确的是（　　）

A．若点 G 是 ΔABC 的重心时，有 $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

B．若点 H 是 ΔABC 的垂心时，有 $\overrightarrow{HA}\cdot\overrightarrow{HB}=\overrightarrow{HB}\cdot\overrightarrow{HC}=\overrightarrow{HC}\cdot\overrightarrow{HA}$

或 $\overrightarrow{HA}^2+\overrightarrow{BC}^2=\overrightarrow{HB}^2+\overrightarrow{CA}^2=\overrightarrow{HC}^2+\overrightarrow{AB}^2$

C．若点 O 是 ΔABC 的内心时，有 $\overrightarrow{OA}\cdot\left(\dfrac{\overrightarrow{AB}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|}-\dfrac{\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AC}\right|}\right)=\overrightarrow{OB}\cdot\left(\dfrac{\overrightarrow{BA}}{\left|\overrightarrow{BA}\right|}-\dfrac{\overrightarrow{BC}}{\left|\overrightarrow{BC}\right|}\right)=\overrightarrow{OC}\cdot\left(\dfrac{\overrightarrow{CA}}{\left|\overrightarrow{CA}\right|}-\dfrac{\overrightarrow{CB}}{\left|\overrightarrow{CB}\right|}\right)=0$

D．若点 O 是 ΔABC 的外心时，有 $(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})\cdot\overrightarrow{BA}=(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})\cdot\overrightarrow{CB}=(\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OA})\cdot\overrightarrow{AC}=0$

或 $\left|\overrightarrow{OA}\right|=\left|\overrightarrow{OB}\right|=\left|\overrightarrow{OC}\right|$

12. 在 ΔABC 中，内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，$C=\dfrac{\pi}{3}$，$c=2$，下列说法正确的是（　　）

A. ΔABC 的外接圆半径为 $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$　　　B. $\sin A+\sin B$ 的最大值为 $\sqrt{3}$

C. $\sin A+2\sin B$ 的最大值为 $\sqrt{7}$　　　D. 等式 $4=a^2+b^2-ab$ 成立

二、填空题：（共 4 小题，共 2 分，每题两空，其中第一空 2 分，第二空 3 分.）

13. 设 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 的平均数是 3，标准差是 1，则另一组数 $2x_1+1, 2x_2+1, \cdots, 2x_n+1$ 的平均数为______，标准差为_________.

14. 已知 $|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=4$，$\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 120°，则 $\vec{a}\cdot\vec{b}=$_______，$|\vec{a}+\vec{b}|=$ ________.

15. 已知复数 z 同时满足下列两个条件：① z 的实部和虚部都是整数，且在复平面内对应的点位于第四象限；② $1<z+\dfrac{2}{z}\le 4$．则复数 $z=$_________，$|\bar{z}+\dfrac{2-i}{2+i}|=$________.

16. 已知 ΔABC 中，$AB+\sqrt{2}AC=6$，$BC=4$，D 为 BC 的中点，则当 $AC=$ ________时，AD 取到最小值，此时 ΔABC 的面积为________.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出必要文字说明、证明过程或演算步骤．第 17 小题满分 10 分，其他小题满分 12 分）

17. 在 ΔABC 中，角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，且满足 $a<b<c$，$a^2-c^2=b^2-\dfrac{8bc}{5}$，$a=3$，$\Delta ABC$ 的面积为 6．

（Ⅰ）求角 A 的正弦值；

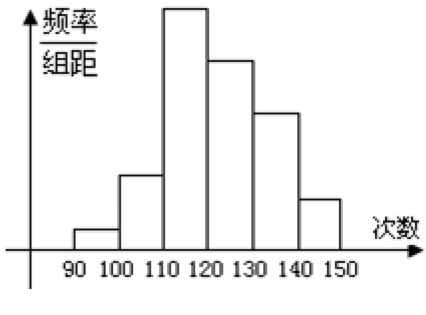
（Ⅱ）求边长 b,c 的值.

18. 已知向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 $\dfrac{2\pi}{3}$，$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=3$，记 $\vec{m}=3\vec{a}-2\vec{b}$，$\vec{n}=2\vec{a}+k\vec{b}$．

（Ⅰ）若 $\vec{m}\perp\vec{n}$，求实数 k 的值；

（Ⅱ）是否存在实数 k，使得 $\vec{m}//\vec{n}$？说明理由.

19. 为了了解某地高一学生的体能状况，某校抽取部分学生进行一分钟跳绳次数测试，将所得数据整理后，画出频率分布直方图（如右图），图中从左到右各小长方形的面积之比为 $2:4:17:15:9:3$，第二小组频数为 12．



（Ⅰ）第二小组的频率是多少？样本容量是多少？

（Ⅱ）若次数在 110 以上为达标，试估计全体高一学生的达标率为多少？

（Ⅲ）通过该统计图，估计该地学生跳绳次数的众数和中位数.

20. 设函数 $f\left(x\right)=a\sin x+b\cos x$， a,b 为常数，

（Ⅰ）当 $x=\dfrac{2\pi}{3}$ 时， $f\left(x\right)$ 取最大值 2，求此函数在区间 $\left[\dfrac{\pi}{2},\pi\right]$ 上的最小值；

（Ⅱ）设 $g(x)=-\dfrac{a}{\sin x}$，当 $b=-1$ 时，不等式 $f\left(x\right)>g\left(x\right)$ 对 $x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

21. 某种机器使用期为三年，买方在购进机器时，可以给各台机器分别一次性额外购买若干次维修服务，每次维修服务费为 2000 元. 每台机器在使用期间，如果维修次数未超过购机时购买的维修服务次数，每次实际维修时还需向维修人员支付工时费 500 元；如果维修次数超过机时购买的维修服务次数，超出部分每次维修时需支付维修服务费 5000 元，但无需支付工时费. 某公司计划购实 1 台该种机器，为决策在购买机器时应同时一次性额外购买几次维修服务，搜集并整理了 100 台这种机器在三年使用期内的维修次数，整理得下表；

维修次数	8	9	10	11	12
频率（台数）	10	20	30	30	10

（Ⅰ）以这 100 台机器为样本，估计“1 台机器在三年使用期内维修次数不大于 10”的概率；

（Ⅱ）试以这 100 机器维修费用的平均数作为决策依据，说明购买 1 台该机器的同时应一次性额外购 10 次还是 11 次维修服务？

22. 已知函数 $f(x)$ 的图象是由函数 $g(x)=\cos x$ 的图象经如下变换得到：先将 $g(x)$ 图象上所有点的纵坐标伸长到原来的 2 倍（横坐标不变），再将所得到的图象向右平移 $\dfrac{\pi}{2}$ 个单位长度.

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的解析式，并求其图像的对称轴方程；

（Ⅱ）已知关于 x 的方程 $f(x)+g(x)=m$ 在 $[0,2\pi)$ 内有两个不同的解 α,β .

（1）求实数 m 的取值范围；

（2）证明：$\cos(\alpha-\beta)=\dfrac{2m^2}{5}-1.$