

泉州七中 2021 届高三数学周练 10 (组卷人: 赖艳红)

班级:            姓名:            座号:

(限时完成第 1, 2, 3 题, 优生课后完成第 4 题)

1. 设  $\triangle ABC$  三个内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ ,

$\triangle ABC$  的面积  $S$  满足  $4\sqrt{3}S = a^2 + b^2 - c^2$ .

(1) 求角  $C$  的值;

(2) 求  $\sin B - \cos A$  的取值范围.

2. 已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$  满足  $2S_n = a_n^2 + a_n - 2$ ,

且  $a_n > 0 (n \in \mathbf{N}^*)$ .

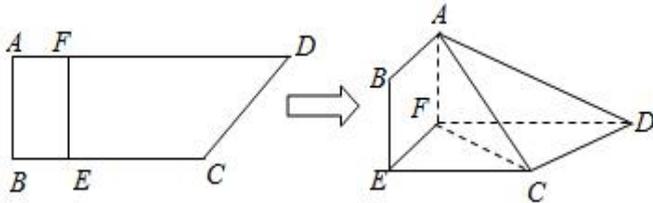
(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 若  $b_n = \frac{5^n(4n-1)}{na_n} (n \in \mathbf{N}^*)$ , 记数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和为  $T_n$ , 证明:  $T_n \geq \frac{15}{2}$ .

3.如图, 四边形  $ABCD$  中,  $AB \perp AD, AD \parallel BC, AD = 6, BC = 2AB = 4, E, F$  分别在  $BC, AD$  上,  $EF \parallel AB$ , 现将四边形  $ABCD$  沿  $EF$  折起, 使平面  $ABEF \perp$  平面  $EFDC$ .

(1)若  $BE = 1$ , 是否在折叠后的线段  $AD$  上存在一点  $P$ , 且  $\overrightarrow{AP} = \lambda \overrightarrow{PD}$ , 使得  $CP \parallel$  平面  $ABEF$ ? 若存在, 求出  $\lambda$  的值, 若不存在, 说明理由;

(2)求三棱锥  $A - CDF$  的体积的最大值, 并求出此时二面角  $E - AC - F$  的余弦值.



4. 已知函数  $f(x) = ae^{2x} + (a - 2)e^x - x$ .

(1)讨论  $f(x)$  的单调性;

(2)若  $f(x)$  有两个零点, 求  $a$  的取值范围.