

泉州七中 2021 届高三数学周练 13 (组卷人: 吴宝树)

班级: 姓名: 座号:

(限时完成第 1, 2, 3 题, 优生课后完成第 4 题)

1. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c ,
且 $(2c - b)\cos A - a\cos B = 0$.

(1) 求角 A 的大小;

(2) 若 $b = 3$, $\triangle ABC$ 的面积 $S_{\triangle ABC} = 3\sqrt{3}$,

求 a 的值.

2. 在四棱锥 $P - ABCD$ 中, $PD \perp$ 平面 $ABCD$,
 $AB \parallel DC$, $AB \perp AD$, $DC = AD = 1$, $AB = 2$,
 $\angle PAD = 45^\circ$, E 是 PA 的中点, F 在线段 AB 上,
且满足 $\overrightarrow{CF} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$.

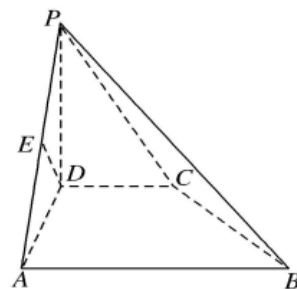
(1) 求证: $DE \parallel$ 平面 PBC ;

(2) 求二面角 $F - PC - B$ 的余弦值;

(3) 在线段 PA 上是否存在点 Q , 使得 FQ 与平面 PFC

所成角的余弦值是 $\frac{\sqrt{6}}{3}$, 若存在, 求出 AQ 的长;

若不存在, 请说明理由.



3. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左右焦点分别为 F_1, F_2 , 上顶点为 M , 若直线 MF_1 的斜率为 1, 且与椭圆的另一个交点为 N , ΔF_2MN 的周长为 $4\sqrt{2}$.

(1) 求椭圆的标准方程;

(2) 过点 F_1 的直线 l (直线 l 的斜率不为 1) 与椭圆交于 P, Q 两点, 点 P 在点 Q 的上方,

若 $S_{\Delta F_1NQ} = \frac{2}{3} S_{\Delta F_1MP}$, 求直线 l 的斜率.

4. 已知函数 $f(x) = x^2 - x - \ln x$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的最值;

(2) 若 x_1, x_2 是方程 $ax + f(x) = x^2 - x (a > 0)$ 的两个不同实数根, 求证: $\ln x_1 + \ln x_2 + 2 \ln a < 0$.