泉州七中 2019-2020 学年度下学期高一年第八次单元考数学试卷

命题人：彭耿铃　杜成北　　20200718

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．第 1 到第 10 小题为单选题，第 11、12 小题为多选题．）

1. 设复数 $z=\left(\frac{1}{2}+\mathrm{i}\right)(1-\mathrm{i})$，则 $|z|=$（　　）

A．$\sqrt{5}$　　B．$\frac{\sqrt{10}}{2}$　　C．$\frac{5}{2}$　　D．$\frac{5\sqrt{2}}{4}$

2. 已知向量 $\overrightarrow{AB}=(1,2)$，$\overrightarrow{AC}=(4,-2)$，则 $\triangle ABC$ 的面积为（　　）

A．5　　B．10　　C．25　　D．50

3. 甲、乙两人参加“社会主义价值观”知识竞赛，甲、乙两人的能荣获一等奖的概率分别为 $\frac{2}{3}$ 和 $\frac{3}{4}$，甲、乙两人是否获得一等奖相互独立，则这两个人中恰有一人获得一等奖的概率为（　　）

A．$\frac{3}{4}$　　B．$\frac{2}{3}$　　C．$\frac{5}{7}$　　D．$\frac{5}{12}$

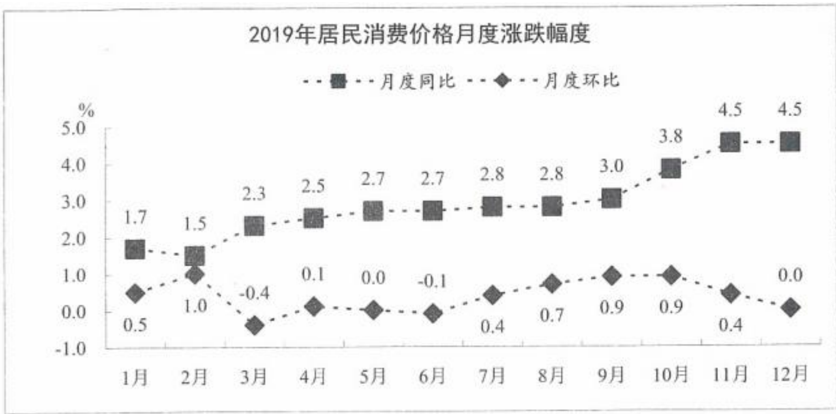
4. 设函数 $f(x)=(\sin x+\cos x)^2+\cos 2x$，则下列结论错误的是（　　）

A．$f(x)$ 的最小正周期为 π　　B．$y=f(x)$ 的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{8}$ 对称

C．$f(x)$ 的一个零点为 $x=\frac{7\pi}{8}$　　D．$f(x)$ 的最大值为 $\sqrt{2}+1$

5. 2019 年，全国各地区坚持稳中求进工作总基调，经济运行总体平稳，发展水平迈上新台阶，发展质量稳步上升，人民生活福祉持续增进，全年最终消费支出对国内生产总值增长的贡献率为 57.8%．下图为 2019 年居民消费价格月度涨跌幅度：

$$\left(\begin{aligned}&\text{同比}=\frac{\text{本期数}-\text{去年同期数}}{\text{去年同期数}}\times 100\%,\\&\text{环比}=\frac{\text{本期数}-\text{上期数}}{\text{上期数}}\times 100\%\end{aligned}\right)$$



下列结论中不正确的是（　　）

A．2019 年第三季度的居民消费价格一直都在增长

B．2018 年 7 月份的居民消费价格比同年 8 月份要低一些

C．2019 年全年居民消费价格比 2018 年涨了 2.5% 以上

D．2019 年 3 月份的居民消费价格全年最低

6.《九章算术》是我国古代内容极为丰富的数学名著，书中有如下问题：“今有委米依垣内角，下周八尺，高五尺．问：积及为米几何？”其意思为：“在屋内墙角处堆放米（如图，米堆为一个圆锥的四分之一），米堆底部的弧长为 8 尺，米堆的高为 5 尺，问米堆的体积和堆放的米各为多少？”已知 1 斛米的体积约为 1.62 立方尺，圆周率约为 3，估算出堆放的米约有（　　）

A．14 斛　　B．22 斛　　C．36 斛　　D．66 斛

7. 已知α为锐角，$\cos\alpha=\dfrac{3}{5}$，则$\tan\left(\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{\alpha}{2}\right)=$（　　）

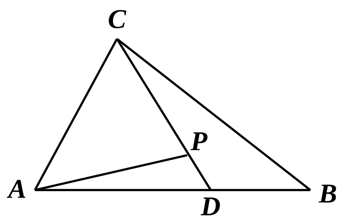
A. $\dfrac{1}{3}$　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. 2　　D. 3

8. 已知某样本的容量为50，平均数为70，方差为75．现发现在收集这些数据时，其中的两个数据记录有误，一个错将80记录为60，另一个错将70记录为90．在对错误的数据进行更正后，重新求得样本的平均数为$\bar{x}$，方差为s^2，则（　　）

A. $\bar{x}=70, s^2<75$　　B. $\bar{x}=70, s^2>75$

C. $\bar{x}>70, s^2<75$　　D. $\bar{x}<70, s^2>75$

9. 如图，在$\triangle ABC$中，$\angle BAC=\dfrac{\pi}{3}$，$\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{DB}$，$P$为$CD$上一点，且满足$\overrightarrow{AP}=m\overrightarrow{AC}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}\,(m\in\mathbf{R})$，若$AC=3, AB=4$，则$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{CD}$的值为（　　）



A. -3　　B. $-\dfrac{13}{12}$　　C. $\dfrac{13}{12}$　　D. $\dfrac{1}{12}$

10. 已知四边形$ABCD$为正方形，$GD\perp$平面$ABCD$，四边形$DGEA$与四边形$DGFC$也都为正方形，连接EF, FB, BE，点H为BF的中点，有下述四个结论：①$DE\perp BF$；②EF与CH所成角为60°；③$EC\perp$平面DBF；④BF与平面$ACFE$所成角为45°．其中所有正确结论的编号是（　　）

A. ①②　　B. ①②③　　C. ①③④　　D. ①②③④

11.（多选题）ΔABC中，角A、B、C的对边分别为a、b、c．下列四个论断正确的是（　　）

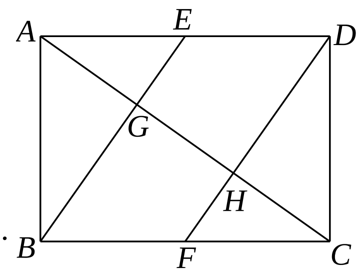
A. 若$\dfrac{\sin A}{a}=\dfrac{\cos B}{b}$，则$B=\dfrac{\pi}{4}$

B. 若$B=\dfrac{\pi}{4}, b=2, a=\sqrt{3}$，则满足条件的三角形共有两个

C. 若$b^2=a\cdot c$且，$2\sin B=\sin A+\sin C$，则ΔABC为正三角形

D. 若$a=5, c=2, S_{\triangle ABC}=4$，则$\cos B=\dfrac{3}{5}$

12.（多选题）如图，一张$A4$纸的长宽之比为$\sqrt{2}$，E, F分别为AD，BC的中点．现分别将$\triangle ABE$，$\triangle CDF$沿BE，DF折起，且A，C在平面$BFDE$同侧，则下列结论正确的是（　　）



A. A，G，H，C四点不共面；

B. 当平面$ABE\,//$平面CDF时，　$AC\,//$平面$BFDE$；

C. 当A，C重合于点P时，平面$PDE\perp$平面PBF；

D. 当A，C重合于点P时，设平面$PBE\cap$平面$PDF=l$，则$l\,//$平面$BFDE$．

二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分，若有两空，则第一空2分，第二空3分.）

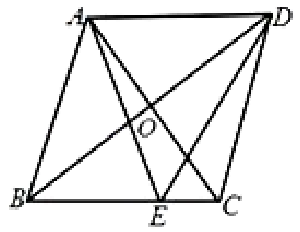
13. 某中学从甲、乙两个班中各选出7名学生参加数学竞赛，他们取得的成绩（满分100分）的茎叶图如图所示，其中甲班学生成绩的众数是83，乙班学生成绩的平均数是86，则$x+y=$________．

甲		乙
8　9	7	6
5　x　3	8	1　2　y
6　2	9	1　1　6

14. 在三棱锥 $P-ABC$ 中， AP, AB, AC 两两垂直，且 $AP=AB=AC=\sqrt{2}$．若点 D, E 分别在棱 PB, PC 上运动（都不含端点），则 $AD+DE+EA$ 的最小值为________.

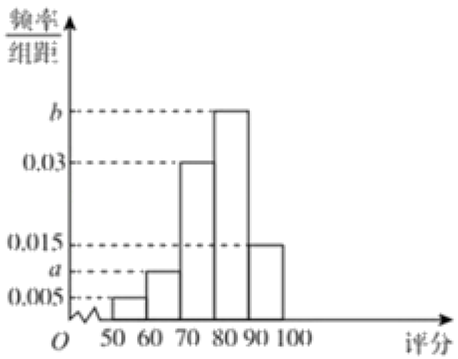
15. 已知一个四面体的每一个面都是以 $3,3,2$ 为边长的三角形，则这个四面体的外接球的表面积为________；该球的体积为________.

16. 如图，菱形 $ABCD$ 的边长为 3，对角线 AC 与 BD 相交于 O 点，$|\overrightarrow{AC}|=2\sqrt{3}$，$E$ 为 BC 边(包含端点)上一点，
则 $|\overrightarrow{EA}|$ 的取值范围是________；$\overrightarrow{EA}\cdot\overrightarrow{ED}$ 的最小值为________.



三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出必要文字说明、证明过程或演算步骤．第 17 小题满分 10 分，其他小题满分 12 分）

17.（本小题满分 10 分）受突如其来的新冠疫情的影响，全国各地学校都推迟 2020 年的春季开学. 某学校“停课不停学”，利用云课平台提供免费线上课程. 该学校为了解学生对线上课程的满意程度，随机抽取了 500 名学生对该线上课程评分. 其频率分布直方图如下：若根据频率分布直方图得到的评分低于 80 分的概率估计值为 0.45.



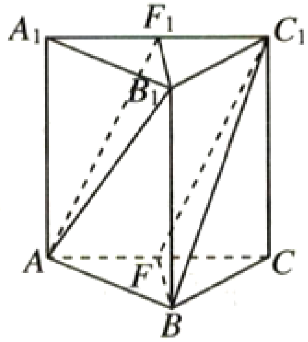
（Ⅰ）求直方图中的 a,b 值，并估计总体的中位数；

（Ⅱ）若采用分层抽样的方法，从样本评分在 $[60,70)$ 和 $[90,100]$ 内的学生中共抽取 5 人进行测试来检验他们的网课学习效果，再从中选取 2 人进行跟踪分析，求这 2 人中至少一人评分在 $[60,70)$ 内的概率.

18.（本小题满分 12 分）如图所示，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，ΔABC 与 $\Delta A_1B_1C_1$ 都为正三角形，且 $AA_1\perp$ 平面 ABC，F，F_1 分别是 AC，A_1C_1 的中点. 求证：

（Ⅰ）平面 AB_1F_1 // 平面 C_1BF；

（Ⅱ）平面 $AB_1F_1\perp$ 平面 ACC_1A_1.

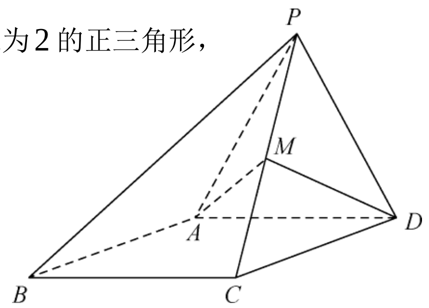


19.（本小题满分 12 分）在 ΔABC 中，内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，已知 $a\sin B=b\sin\left(A-\dfrac{\pi}{3}\right)$.

（Ⅰ）求 A；

（Ⅱ）D 是线段 BC 上的点，若 $AD=BD=2$，$CD=3$，求 $\triangle ADC$ 的面积.

20.（本小题满分 12 分）如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中，侧面 PAD 是边长为 2 的正三角形，且与底面垂直，底面 $ABCD$ 是 $\angle ABC=60^{\circ}$ 的菱形，M 为 PC 的中点．



（Ⅰ）求证：$PC\perp AD$；

（Ⅱ）在棱 PB 上是否存在一点 Q，使得 A,Q,M,D 四点共面？若存在，指出点 Q 的位置并证明；若不存在，请说明理由；

（Ⅲ）求点 D 到平面 PAM 的距离．

21.（本小题满分 12 分）已知函数 $f(x)=2\cos^{2}x+2\sqrt{3}\sin x\cos x,\ \ x\in\mathbf{R}$．

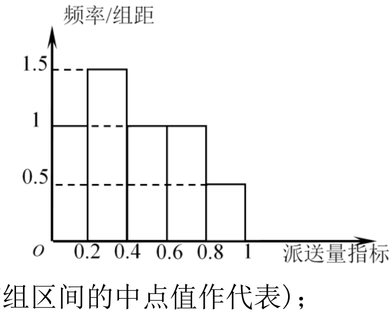
（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的最小正周期和单调递增区间；

（Ⅱ）定义：对于任意实数 x_1,x_2，$\max\{x_1,x_2\}=\begin{cases}x_1 & x_1\geq x_2\\ x_2 & x_1<x_2\end{cases}$，设 $g(x)=\max\{\sqrt{3}a\sin x,a\cos x\},x\in\mathbf{R}$（常数 $a>0$），若对于任意 $x_1\in\mathbf{R}$，总存在 $x_2\in\mathbf{R}$，使得 $g(x_1)=f(x_2)$ 恒成立，求实数 a 的取值范围．

22.（本小题满分 12 分）小明在某物流派送公司找到了一份派送员的工作，该公司给出了两种日薪薪酬方案．甲方案：底薪100元，每派送一单奖励1元；乙方案：底薪140元，每日前54单没有奖励，超过54单的部分每单奖励20元.

（Ⅰ）请分别求出甲、乙两种薪酬方案中日薪 y（单位：元）与送货单数 n 的函数关系式；

（Ⅱ）根据该公司所有派送员100天的派送记录，发现派送员的日平均派送单数满足以下条件：在这100天中的派送量指标满足如图所示的直方图，其中当某天的派送量指标在$(\frac{n-1}{5},\frac{n}{5}](n=1,2,3,4,5)$时，日平均派送量为$50+2n$单．若将频率视为概率，回答下列问题：



①估计这100天中的派送量指标的平均数(同一组中的数据用该组区间的中点值作代表)；

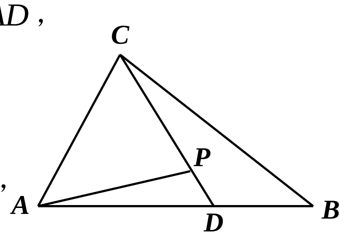
②根据以上数据，请帮助小明分析他选择哪种薪酬方案比较合适？并说明你的理由.

泉州七中 2019-2020 学年度下学期高一年第八次单元考数学试卷答案

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．第 1 到第 10 小题为单选题，第 11、12 小题为多选题.）

BADCD　BDACB　AC　BCD

9.【解析】$\because \overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{DB}, \therefore \overrightarrow{AB}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AD}$，$\therefore \overrightarrow{AP}=m\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=m\overrightarrow{AC}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$，



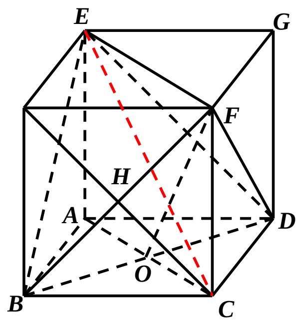
因为 P,C,D 三点共线，所以 $m+\frac{3}{4}=1, \therefore m=\frac{1}{4}$，

$\therefore \overrightarrow{AP}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$，又 $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AC}$，又 $\overrightarrow{AC}^2=9, \overrightarrow{AD}^2=\frac{64}{9}$，

$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}=|\overrightarrow{AC}|\cdot|\overrightarrow{AD}|\cos 60^\circ=3\times\frac{8}{3}\times\frac{1}{2}=4$，

所以 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{CD}=\left(\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AD}\right)\cdot\left(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AC}\right)=\frac{3}{4}\overrightarrow{AD}^2-\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}^2-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}$

$=\frac{3}{4}\times\frac{64}{9}-\frac{1}{4}\times 9-\frac{1}{2}\times 4=\frac{13}{12}$



10.【解析】可将该几何体放置在正方体中观察，①显然正确；

$\because \triangle DEF$ 是正三角形，$\therefore \angle DEF=60^\circ$，

又 $DE // CH$，所以 EF 与 CH 所成角为 60°，②正确；

由 $BD\perp AC, BD\perp AE, AC\cap AE=A$，可得 $BD\perp$ 平面 $ACFE$，

从而 $BD\perp EC$，同理可证 $BF\perp EC$，又因为 $BD\cap BF=B$，

所以 $EC\perp$ 平面 DBF，③正确；

设 $AC\cap BD=O$，则 $BO\perp$ 平面 $ACFE$，所以 $\angle BFO$ 即为直线 BF 与平面 $ACFE$ 所成角，

设正方体棱长为 2，则 $BO=\sqrt{2}, OF=\sqrt{6}, \tan\angle BFO=\frac{BO}{OF}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，所以④错误.

12.【解析】①在 ΔABE 中，$\tan\angle ABE=\frac{\sqrt{2}}{2}$，在 ΔACD 中，$\tan\angle CAD=\frac{\sqrt{2}}{2}$，所以 $\angle ABE=\angle DAC$，

所以 $AC\perp BE$，同理 $AC\perp DF$，则折叠后，$BE\perp$ 平面 AGH，$DF\perp$ 平面 CHG，

又 $DF // BE$，平面 AGH 与平面 CHG 有公共点，

则平面 AGH 与平面 CHG 重合，即 $ACGH$ 四点共面，所以 A 错误.

②由①可知，平面 $ABE\cap$ 平面 $AGHC=AG$，平面 $CDF\cap$ 平面 $AGHC=CH$，

当平面 $ABE//$ 平面 CDF 时，得到 $AG//CH$，显然 $AG=CH$，

所以四边形 $AGHC$ 是平行四边形，所以 $AC // GH$，从而 $AC //$ 平面 $BFDE$，所以 B 正确.

③设 $PE=DE=1$，则 $PD=\sqrt{2}$，所以 $PE\perp DE$，则 $PE\perp BF$，又 $PE\perp PB$，$BF\cap PB=B$，

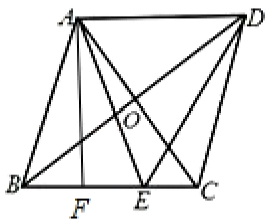
所以 $PE\perp$ 平面 PBF，则平面 $PDE\perp$ 平面 PBF，所以 C 正确.

④由 $BE // DF$，$BE\subset$ 平面 PBE，$DF\not\subset$ 平面 PBE，所以 $DF //$ 平面 PBE，

平面 $PDF\cap$ 平面 $PBE=l$，则 $l // DF$，$l\not\subset$ 平面 $BEDF$，$l //$ 平面 $BEDF$，所以 D 正确.

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，若有两空，则第一空 2 分，第二空 3 分.）

13. 8　14. $\sqrt{3}+1$　15. 11π；$\frac{11\sqrt{11}\pi}{6}$　16. $\left[2\sqrt{2},2\sqrt{3}\right]$；$\frac{23}{4}$

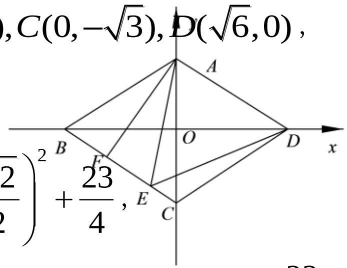


16.【解析】根据菱形性质可得 $OC=\sqrt{3}$，则 $BO=\sqrt{6}$.

(1) 作 $AF\perp BC$，则 $AF=\frac{2\sqrt{3}\times\sqrt{6}}{3}=2\sqrt{2}$，此时 AE 最短，

当 E 与 C 重合时，AE 最长，故 $2\sqrt{2}\le AE\le 2\sqrt{3}$.

(2) 以 O 为原点， BD 所在直线为 x 轴建系如图：则 $A(0,\sqrt{3}),B(-\sqrt{6},0),C(0,-\sqrt{3}),D(\sqrt{6},0)$，



所以 $l_{BC}:y=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}x-\sqrt{3}$，设 $E(m,-\dfrac{\sqrt{2}}{2}m-\sqrt{3})$

则 $\overrightarrow{EA}\cdot\overrightarrow{ED}=\left(-m,2\sqrt{3}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}m\right)\left(\sqrt{6}-m,\dfrac{\sqrt{2}}{2}m+\sqrt{3}\right)=\dfrac{1}{2}\left(\sqrt{3}m+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\dfrac{23}{4}$，

其中 $m\in\left[-\sqrt{6},0\right]$，对称轴为 $m=-\dfrac{\sqrt{6}}{12}\in\left[-\sqrt{6},0\right]$，故 $m=-\dfrac{\sqrt{6}}{12}$ 时 $\overrightarrow{EA}\cdot\overrightarrow{ED}$ 最小，最小值为 $\dfrac{23}{4}$．

三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出必要文字说明、证明过程或演算步骤．第 17 小题满分 10 分，其他小题满分 12 分）

17. 解：（Ⅰ）由已知得 $(0.005+a+0.03)\times10=0.45$，解得 $a=0.01$，…………………………………………1 分

又 $(0.015+b)\times10=0.55$，$\therefore b=0.04$．……………………………………………………………………2 分

样本的中位数为 $80+10\times\dfrac{0.5-0.05-0.1-0.3}{0.4}=81.25$，……………………………………………4 分

$\therefore$ 由样本估计总体的统计方法可以估计总体的中位数为 81.25．……………………………………5 分

（Ⅱ）由题知评分在 $[60,70)$ 和 $[90,100]$ 内的频率分别为 0.1 和 0.15，

则抽取的 5 人中，评分在 $[60,70)$ 内的为 2 人，评分在 $[90,100]$ 的有 3 人，………………6 分

记评分在 $[90,100]$ 内的 3 位学生为 a,b,c，评分在 $[60,70)$ 内的 2 位学生这 D,E，

则从 5 人中任选 2 人的所有等可能的基本事件有：$ab,ac,aD,aE,bc,bD,bE,cD,cE,DE$，共 10 种

其中，评分至少在一人在 $[60,70)$ 的等可能基本事件为 aD,aE,bD,bE,cD,cE,DE，共 7 种…8 分

记事件 A 为“2 人中至少一人评分在 $[60,70)$”则 $P(A)=\dfrac{7}{10}$

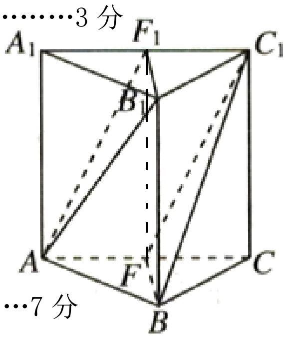
$\therefore$ 这 2 人中至少一人评分在 $[60,70)$ 的概率为 $\dfrac{7}{10}$．…………………………………………………10 分

18. 解：（Ⅰ）在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，连结 FF_1　因为 F,F_1 分别是 AC,A_1C_1 的中点，

所以 $C_1F_1//CF$ 且 $C_1F_1=CF$，所以四边形 CFF_1C_1 为平行四边形

所以 $FF_1//CC_1$ 且 $FF_1=CC_1$，从而 $FF_1//BB_1$ 且 $FF_1=BB_1$………………2 分

四边形 FF_1B_1B 为平行四边形，所以 $B_1F_1/\!/BF$，……………………………………3 分



又因为 $B_1F_1\not\subset$ 平面 C_1BF，$BF\subset$ 平面 C_1BF

所以 $B_1F_1//$ 平面 C_1BF，…………………………………………5 分

同理 $AF_1//$ 平面 C_1BF　又 $B_1F_1\cap AF_1=F_1$，$B_1F_1,AF_1\subset$ 平面 AB_1F_1

$\therefore$ 平面 $AB_1F_1/\!/$ 平面 C_1BF．……………………………………6 分

（Ⅱ）因为 $AA_1\perp$ 平面 $A_1B_1C_1$，$B_1F_1\subset$ 平面 $A_1B_1C_1$，

所以 $B_1F_1\perp AA_1$，………………………………………………………………………7 分

又 $\Delta A_1B_1C_1$ 为正三角形，所以 $B_1F_1\perp A_1C_1$，……………………………………8 分

又因为 $A_1C_1\cap AA_1=A_1$，所以 $B_1F_1\perp$ 平面 ACC_1A_1，…………………………………………10 分

而 $B_1F_1\subset$ 平面 AB_1F_1，所以平面 $AB_1F_1\perp$ 平面 ACC_1A_1．………………12 分

19. 解：（Ⅰ）由正弦定理，得 $a\sin B=b\sin A$．　……………………………………………………1 分

则有 $b\sin A=b\left(\dfrac{1}{2}\sin A-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos A\right)$，化简得：$\dfrac{1}{2}\sin A=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos A$．………………3 分

即 $\tan A=-\sqrt{3},\because A\in(0,\pi)$，则 $A=\dfrac{2\pi}{3}$．…………………………………………………………5 分

（Ⅱ）设$\angle B=\theta\in\left(0,\dfrac{\pi}{3}\right)$，则$\angle BAD=\theta,\angle ADC=2\theta,\angle DAC=\dfrac{2\pi}{3}-\theta,\angle ACD=\dfrac{\pi}{3}-\theta$……6 分

在$\triangle ADC$中，$\dfrac{CD}{\sin\angle DAC}=\dfrac{AD}{\sin\angle ACD}$，则$\dfrac{3}{\sin\left(\dfrac{2\pi}{3}-\theta\right)}=\dfrac{2}{\sin\left(\dfrac{\pi}{3}-\theta\right)}$. ……………………7 分

$\therefore\dfrac{3}{\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta+\dfrac{1}{2}\sin\theta}=\dfrac{2}{\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta-\dfrac{1}{2}\sin\theta}$，得$\sin\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{5}\cos\theta$. ……………………………8 分

结合$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$，可得$\sin\theta=\dfrac{\sqrt{21}}{14}$，$\cos\theta=\dfrac{5\sqrt{7}}{14}$. ……………………………………9 分

则$\sin2\theta=2\sin\theta\cos\theta=\dfrac{5\sqrt{3}}{14}$. ……………………………………………………………10 分

$\therefore S_{\triangle ADC}=\dfrac{1}{2}AD\cdot CD\cdot\sin\angle ADC=\dfrac{1}{2}\times2\times3\times\dfrac{5\sqrt{3}}{14}=\dfrac{15\sqrt{3}}{14}$. ……………………………12 分

解法二：由$\cos\angle ADB+\cos\angle ADC=0$，得$\dfrac{4+4-c^2}{2\times2\times2}=-\dfrac{4+9-b^2}{2\times2\times3}$，

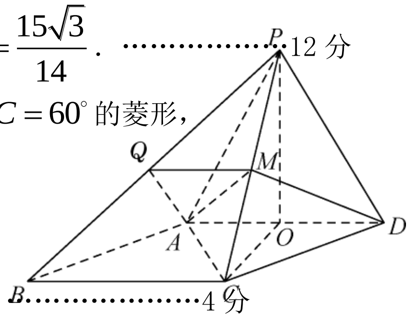
整理得$2b^2+3c^2=50$ ①， ………………………………………8 分

又由余弦定理可得$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=b^2+c^2+bc=25$ ②，………………………9 分

①$-$②$\times2$，得：$c^2-2bc=0$，$c=2b$，$\therefore b^2=\dfrac{25}{7}$. ………………………………………11 分

$\therefore S_{\triangle ADC}=\dfrac{3}{5}S_{\triangle ABC}=\dfrac{3}{5}\times\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{3}{5}b^2\sin A=\dfrac{3}{5}\times\dfrac{25}{7}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{15\sqrt{3}}{14}$. ……………12 分

20. 解：（Ⅰ）取AD的中点O，连接OP,OC,AC，因为$ABCD$是$\angle ABC=60^\circ$的菱形，



所以ΔACD是正三角形，所以$OC\perp AD$，

又ΔPAD是正三角形，所以$OP\perp AD$. ……………………2 分

又$OC\cap OP=O$，$OP,OC\subset$平面POC，

所以$AD\perp$平面POC，又$PC\subset$平面POC，所以$PC\perp AD$. ………………4 分

（Ⅱ）存在．当点Q为棱PB的中点时，A,Q,M,D四点共面．证明如下：……………5 分

取棱PB的中点Q，连接QM,QA，

因为M为PC的中点，所以$QM//BC$， ………………………………………………6 分

又因为$AD//BC$，所以$QM//AD$，所以A,Q,M,D四点共面．………………8 分

（Ⅲ）点D到平面PAM的距离即为点D到平面PAC的距离，记为d，由（Ⅰ）可知$PO\perp AD$

因为平面$PAD\perp$平面$ABCD$且交线为AD，$PO\subset$平面PAD，

所以$PO\perp$平面$ABCD$，即PO为三棱锥$P-ACD$的高，…………………………9 分

由$V_{P-ACD}=V_{D-PAC}$得$PO\cdot S_{\Delta ACD}=d\cdot S_{PAC}$……………………………………………10 分

在$\mathrm{Rt}\Delta POC$中，$PO=OC=\sqrt{3}$，$PC=\sqrt{6}$，在ΔPAC中，$PA=AC=2,PC=\sqrt{6}$

所以$S_{\Delta PAC}=\dfrac{1}{2}PC\cdot AM=\dfrac{\sqrt{15}}{2}$，而$S_{\Delta PAC}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times2^2=\sqrt{3}$，

所以$\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}=d\cdot\dfrac{\sqrt{15}}{2}$得$d=\dfrac{2\sqrt{15}}{5}$ ……………………………………………12 分

所以点D到平面PAM的距离为$\dfrac{2\sqrt{15}}{5}$.

21. 解：（Ⅰ） $f(x)=\cos 2x+2\sqrt{3}\sin x\cos x+1=\cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x+1=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)+1$，……2 分

$T=\dfrac{2\pi}{\omega}=\dfrac{2\pi}{2}=\pi$；　…………………………………………………………3 分

令 $2x+\dfrac{\pi}{6}\in\left[-\dfrac{\pi}{2}+2k\pi,\dfrac{\pi}{2}+2k\pi\right]$，$k\in\mathbf{Z}$ 解得 $x\in\left[-\dfrac{\pi}{3}+k\pi,\dfrac{\pi}{6}+k\pi\right]$，$k\in\mathbf{Z}$

所以函数 $f\left(x\right)$ 的单调递增区间为 $x\in\left[-\dfrac{\pi}{3}+k\pi,\dfrac{\pi}{6}+k\pi\right]$，$k\in\mathbf{Z}$ …………………………5 分

（Ⅱ）若若对于任意 $x_1\in\mathbf{R}$，总存在 $x_2\in\mathbf{R}$，使得 $g(x_1)=f(x_2)$ 恒成立，

则 $\left\{y\middle|y=g\left(x\right)\right\}\subseteq\left\{y\middle|y=f\left(x\right)\right\}$，…………………………………………………………6 分

由（Ⅰ）得 $f(x)$ 的值域为 $[-1,3]$ …………………………………………………………7 分

$$g(x)=\max\left\{\sqrt{3}a\sin x,a\cos x\right\}=\begin{cases}\sqrt{3}a\sin x & ,\sqrt{3}a\sin x\ge a\cos x\\ a\cos x & ,a\cos x>\sqrt{3}a\sin x\end{cases},$$

当 $\sqrt{3}a\sin x\ge a\cos x$ 即 $x\in\left[\dfrac{\pi}{6}+2k\pi,\dfrac{7\pi}{6}+2k\pi\right]$ 时，$g\left(x\right)=\sqrt{3}a\sin x\in\left[-\dfrac{\sqrt{3}}{2}a,\sqrt{3}a\right]$，……8 分

当 $a\cos x>\sqrt{3}a\sin x$ 即 $x\in\left(-\dfrac{5\pi}{6}+2k\pi,\dfrac{\pi}{6}+2k\pi\right]$ 时，$g\left(x\right)=a\cos x\in\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}a,a\right]$，………9 分

故 $g\left(x\right)\in\left[-\dfrac{\sqrt{3}a}{2},\sqrt{3}a\right]$，　…………………………………………………………10 分

所以 $\begin{cases}a>0\\ -\dfrac{\sqrt{3}}{2}a\ge -1\\ \sqrt{3}a\le 3\end{cases}$，解得 $a\in\left(0,\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\right]$，…………………………………………………12 分

所以实数 a 的取值范围是 $\left(0,\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\right]$

22. 解：（Ⅰ）方案甲薪酬：$y=n+100$，　…………………………………………………………2 分

方案乙薪酬：$y=\begin{cases}140,0<n\le 54\\ 20n-940,n>54\end{cases}$；…………………………………………………………4 分

（Ⅱ）①派送指标的平均数 $\overline{x}=0.1\times0.2+0.3\times0.3+0.5\times0.2+0.7\times0.2+0.9\times0.1=0.44$ ……6 分

②方案甲：

P（概率）	0.2	0.3	0.2	0.2	0.1
X（日薪）	152	154	156	158	160

方案甲的平均值 $\overline{X}=0.2\cdot152+0.3\cdot154+0.2\cdot156+0.2\cdot158+0.1\cdot160=155.4$ …………8 分

方案乙：

P（概率）	0.2	0.3	0.2	0.2	0.1
Y（日薪）	140	140	180	220	260

方案乙的平均值 $\overline{Y}=0.2\cdot140+0.3\cdot140+0.2\cdot180+0.2\cdot220+0.1\cdot260=176$ ……………10 分

乙的均值更高，故选择乙方案.　…………………………………………………………12 分