泉州七中 2019-2020 学年度下学期高一年第四次单元考数学试卷

命卷人：彭耿铃

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．第 1 到第 10 小题为单选题，第 11、12 小题为多选题．）

1. 设复数 $z=\dfrac{(1+\mathrm{i})^2}{1-2\mathrm{i}}$（其中 i 为虚数单位），则 $|z|=$（　　）

A．$\dfrac{\sqrt{10}}{5}$　　B．$\dfrac{2}{5}$　　C．$\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$　　D．$\dfrac{4}{3}$

2. 设不同直线 $l_1:2x-my-1=0$，$l_2:(m-1)x-y+1=0$，则“$m=2$”是“$l_1//l_2$”的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件　　C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

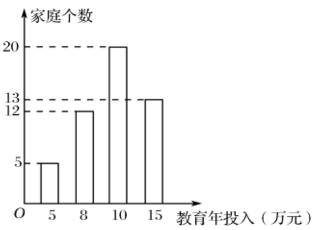
3. 如图所示的三个统计图分别是随机抽查甲，乙，丙三地的若干个家庭教育年投入(万元)，记 A 表示众数，B 表示中位数，C 表示平均数，则根据图表提供的信息，下面的结论正确的是（　　）

A．$A_{甲}=A_{乙}=A_{丙}$，$B_{甲}=B_{乙}=B_{丙}$

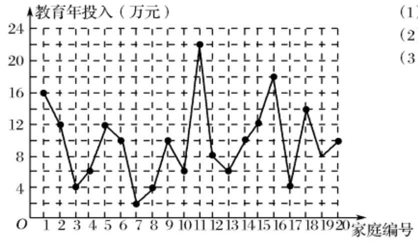
B．$B_{丙}>B_{甲}=B_{乙}$，$C_{甲}=C_{乙}=C_{丙}$

C．$A_{丙}>A_{甲}=A_{乙}$，$C_{丙}>C_{甲}>C_{乙}$

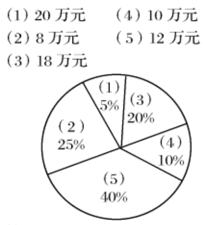
D．$A_{丙}>A_{甲}=A_{乙}$，$B_{丙}>B_{甲}>B_{乙}$



甲



乙

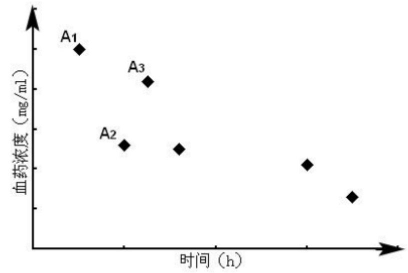


丙

4. 若直 $ax+by=ab(a>0,b>0)$ 过点 $(1,1)$，则该直线在 x 轴，y 轴上的截距之和的最小值为（　　）

A．1　　B．2　　C．4　　D．8

5. 如图为服用同等剂量的三种新药后血药浓度（mg/ml）的变化情况，其中点 A_i 的横坐标表示服用第 i 种药后血药浓度达峰(最高浓度)时间，其它点的横坐标分别表示服用三种新药后血药浓度首次降到峰值一半时所用的时间(单位：h)，点 A_i 的纵坐标表示第 i 种药的血药浓度的峰值 $(i=1,2,3)$．记 V_i 为服用第 i 种药后达到血药浓度峰值时，血药浓度提高的平均速度，记 T_i 为服用第 i 种药后血药浓度从峰值首次降到峰值的一半所用的时间，则 V_1,V_2,V_3 中最小的，T_1,T_2,T_3 中最大的分别是（　　）



A．V_2,T_3　　B．V_2,T_2　　C．V_1,T_3　　D．V_1,T_2

6. 圆 $x^2+y^2-2x+4y=0$ 与直线 $2tx-y-2-2t=0(t\in\mathbf{R})$ 的位置关系为（　　）

A．相离　　B．相切　　C．相交　　D．以上都有可能

7. 已知圆 $C:(x-\sqrt{3})^2+(y-1)^2=1$ 和两点 $A(-t,0),B(t,0)(t>0)$，若圆 C 上存在点 P，使得 $\angle APB=90^\circ$，则实数 t 的最小值为（　　）

A．4　　B．3　　C．2　　D．1

8. 若圆 $x^2+y^2=r^2(r>0)$ 上恒有 4 个点到直线 $x-y-2=0$ 的距离为 1，则实数 r 的取值范围是（　　）

A．$(\sqrt{2}+1,+\infty)$　　B．$(\sqrt{2}-1,\sqrt{2}+1)$　　C．$(0,\sqrt{2}-1)$　　D．$(0,\sqrt{2}+1)$

9. 已知ΔABC的内角A,B,C的对边分别是a,b,c，且$\dfrac{\sin^2 A+\sin^2 B-\sin^2 C}{c}=\dfrac{\sin A\sin B}{a\cos B+b\cos A}$，若$a+b=4$，则$c$的取值范围为（　　）

A．$(0,4)$　　B．$[2,4)$　　C．$[1,4)$　　D．$(2,4]$

10. 已知O是$\triangle ABC$的外心，$AB=2a$，$AC=\dfrac{2}{a}$，$\angle BAC=120^{\circ}$，若$\overrightarrow{AO}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$，则$\alpha+\beta$的最小值为（　　）

A．2　　B．4　　C．5　　D．$2\sqrt{7}$

11. 在平面直角坐标系xOy中，圆C的方程为$x^2+y^2-4x=0$. 若直线$y=k(x+1)$上存在一点P，使过P所作的圆的两条切线相互垂直，则实数k的取值可以是（　　）

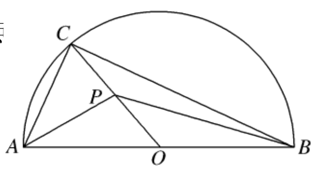
A．1　　B．2　　C．3　　D．4

12. 在矩形$ABCD$中，$AB=1$，$AD=2$，动点P在以点C为圆心且与BD相切的圆上．若$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AD}$，则$\lambda+\mu$可取的整数值为（　　）

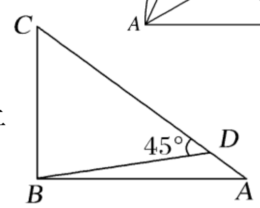
A．3　　B．2　　C．1　　D．-1

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，若有两空，则第一空 2 分，第二空 3 分.）

13. 如图所示，半圆的直径$AB=6$，O为圆心，C为半圆上不同于A,B的任意一点若P为半径OC上的动点，则$|\overrightarrow{PO}|\cdot|\overrightarrow{PC}|$的最大值为________，$(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB})\cdot\overrightarrow{PC}$的最小值为________.



14. 在ΔABC中，$\angle ABC=90^{\circ}$，$AB=4$，$BC=3$，点D在线段AC上若$\angle BDC=45^{\circ}$，则$BD=$________，$\cos\angle ABD=$________.



15．已知以点P为圆心的圆经过点$A(-1,0)$和$B(3,4)$，线段AB的垂直平分线交圆P于点C和D，且$|CD|=4\sqrt{10}$. 则(1)直线CD的方程为__________________；(2)圆P的方程为__________________.

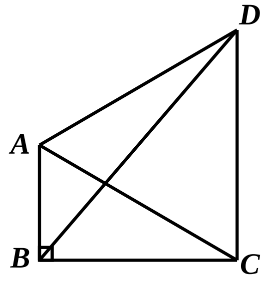
16. 已知圆$O: x^2+y^2=4$，直线l与圆O交于P，Q两点，且$A\left(2,2\right)$，若$AP^2+AQ^2=40$，则弦PQ的长度的最大值为________________.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出必要文字说明、证明过程或演算步骤．第 17 小题满分 10 分，其他小题满分 12 分）

17．（本小题满分 10 分）在平面四边形$ABCD$中，$\angle ABC=\dfrac{\pi}{2}, \angle DAC=2\angle ACB, \angle ADC=\dfrac{\pi}{3}$.

（1）若$\angle ACB=\dfrac{\pi}{6}$，$BC=\sqrt{3}$，求$BD$；

（2）若$DC=\sqrt{3}AB$，求$\cos\angle ACB$.

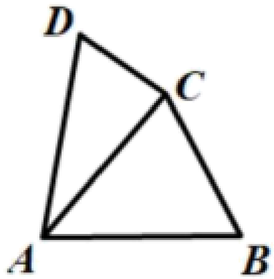


18.（本小题满分 12 分）已知过点 $A(0,1)$ 且斜率为 k 的直线 l 与圆 $C:(x-2)^2+(y-3)^2=1$ 交于 M,N 两点.

（1）求 k 的取值范围；

（2）若 $\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}=12$，其中 O 为坐标原点，求 $|MN|$.

19.（本小题满分 12 分）如图，已知在平面四边形 $ABCD$ 中，$\angle CAB=\alpha$，$\angle ABC=\beta$，$\angle ACB=\gamma$，且 $\cos\gamma(\sin\alpha+\sin\beta)=\sin\gamma(2-\cos\alpha-\cos\beta)$.



（1）证明：$CA+CB=2AB$；

（2）若 $CA=CB$，$DA=2DC=1$，求四边形 $ABCD$ 的面积的取值范围.

20.（本小题满分 12 分）某公司为了预测下月产品销售情况，找出了近 7 个月的产品销售量 y（单位：万件）的统计表：

月份代码 t	1	2	3	4	5	6	7
销售量 y （万件）	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7

但其中数据污损不清，经查证 $\sum\limits_{i=1}^{7}y_i=9.32$，$\sum\limits_{i=1}^{7}t_iy_i=40.17$，$\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{7}(y_i-\overline{y})^2}=0.55$.

（1）请用相关系数说明销售量 y 与月份代码 t 有很强的线性相关关系；

（2）求 y 关于 t 的回归方程(系数精确到 0.01)；

（3）公司经营期间的广告宣传费 $x_i=\sqrt{t_i}$ （单位：万元)（ $i=1,2,\cdots,7$），每件产品的销售价为 10 元，预测第 8 个月的毛利润能否突破 15 万元，请说明理由.(毛利润等于销售金额减去广告宣传费)

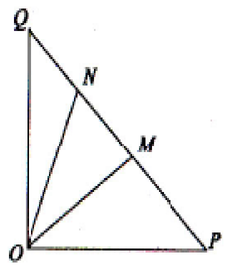
参考公式及数据：$\sqrt{7}\approx2.646$，相关系数 $r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})(y_i-\overline{y})}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})^2\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\overline{y})^2}}$，当 $|r|>0.75$ 时认为两个变量有很强的线性相关关系，回归方程 $y=\hat{b}t+a$ 中斜率和截距的最小二乘估计公式分别为 $\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})(y_i-\overline{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})^2}$，$a=\overline{y}-\hat{b}\overline{t}$.

21．（本小题满分 12 分）已知直线$l:4x+3y+10=0$，半径为2的圆C与l相切，圆心C在x轴上且在直线l的右上方.

（1）求圆C的方程；

（2）过点$M(1,0)$的直线与圆C交于A,B两点（A在x轴上方），问在x轴正半轴上是否存在定点N，使得x轴平分$\angle ANB$？若存在，请求出点N的坐标；若不存在，请说明理由.

22.（本小题满分 12 分）如图，在等腰直角三角形ΔOPQ中，$\angle POQ=90^\circ$，$OP=2\sqrt{2}$，点M在线段PQ上.



（1）若$OM=\sqrt{5}$，求PM的长；

（2）若点N在线段MQ上，且$\angle MON=30^\circ$，问：当$\angle POM$取何值时，ΔOMN的面积最小？并求出面积的最小值.