

# 第35届全国中学生物理竞赛预赛试卷

1~5		6		7		8		总分
9		10		11		12		
13		14		15		16		

本卷共 16 题，满分 200 分。

得分	阅卷	复核

一、选择题。本题共 5 小题，每小题 6 分。在每小题给出的 4 个选项中，有的小题只有一项符合题意，有的小题有多项符合题意。把符合题意的选项前面的英文字母写在每小题后面的方括号内。全部选对的得 6 分，选对但不全的得 3 分，有选错或不答的得 0 分。

1. 居里夫人发现了元素钋 (Po)，其衰变的核反应方程式为



其中，a、b、c、d、e、f 的值依次为

- |                   |                   |
|-------------------|-------------------|
| A. 211、84、4、2、1、0 | B. 210、84、4、2、0、0 |
| C. 207、84、1、1、0、1 | D. 207、83、1、1、0、0 |
- [ ]

2. 如图，一劲度系数为 k 的轻弹簧上端固定在天花板上，下端连接一质量为 m 的小球，以小球的平衡位置 O 作为坐标原点，x 轴正方向朝下。若取坐标原点为系统势能的零点，则当小球位于坐标为  $x_0$  的位置时，系统的总势能为

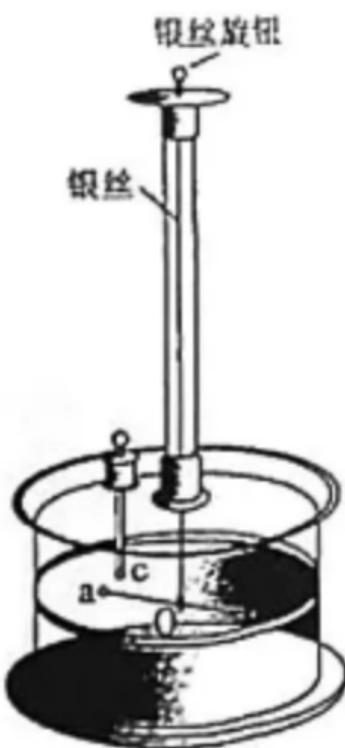
A.  $\frac{1}{2}kx_0^2 - mgx_0$       B.  $\frac{1}{2}k(x_0 + \frac{mg}{k})^2 - mgx_0$

C.  $\frac{1}{2}k(x_0 + \frac{mg}{k})^2$       D.  $\frac{1}{2}kx_0^2$



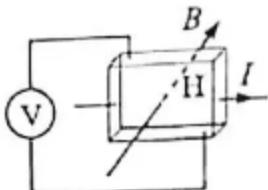
3. 库伦扭摆装置如图所示，在细银丝下悬挂一根绝缘棒，棒水平静止；棒的两端各固定一相同的金属小球 a 和 b，另一相同的金属小球 c 固定在插入的竖直杆上，三个小球位于同一水平圆周上，圆心为棒的悬点 O。细银丝自然悬挂时，a、c 球对 O 点的张角  $\alpha = 4^\circ$ 。现在使 a 和 c 带相同电荷，库仑力使细银丝扭转，张角  $\alpha$  增大，反向转动细银丝上端的旋钮可使张角  $\alpha$  变小；若将旋钮缓慢反向转过角度  $\beta = 30^\circ$ ，可使小球 a 最终回到原来位置，这时细银丝的扭力矩与球 a 所受球 c 的静电力的力矩平衡。设细银丝的扭转回复力矩与银丝的转角  $\beta$  成正比。为使最后 a、c 对 O 点的张角  $\alpha = 2^\circ$ ，旋钮相对于原自然状态反向转过的角度应为

- A.  $\beta = 45^\circ$
- B.  $\beta = 60^\circ$
- C.  $\beta = 90^\circ$
- D.  $\beta = 120^\circ$



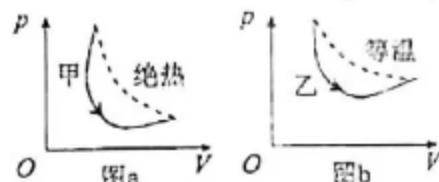
[ ]

4. 霍尔传感器的结构如图所示，图中 H 为一块长方体半导体薄片，外加磁场的磁感应强度  $B$  和外加电流  $I$  的方向如相应箭头所示 ( $B$  与长方体的前后两个表面及电流  $I$  均垂直)，电压表 (可判断直流电压的正负) 按图中方式与 H 的上下表面相连。以下测量方法中，能正确得到霍尔电压的值的是



- A. 直接读出电压表的示数
- B. 保持磁场方向不变，改变电流方向 ( $I \rightarrow -I$ )，求出改变前后的两次测量值之差的一半
- C. 保持电流方向不变，改变磁场方向 ( $B \rightarrow -B$ )，求出改变前后的两次测量值之差的一半
- D. 同时改变电流方向和磁场方向 ( $I \rightarrow -I, B \rightarrow -B$ )，求出改变前后的两次测量值之和的一半

5. 图 a 和图 b 分别表示某理想气体体系经历的两个循环过程；前者由甲过程（实线）和绝热过程（虚线）组成，后者由乙过程（实线）和等温过程（虚线）组成。下列说法正确的是



- A. 甲、乙两过程均放热
- B. 甲、乙两过程均吸热
- C. 甲过程放热，乙过程吸热
- D. 甲过程吸热，乙过程放热

二、填空题。把答案填在题中的横线上，只要给出结果，不需写出求得结果的过程。

得分	阅卷	复核

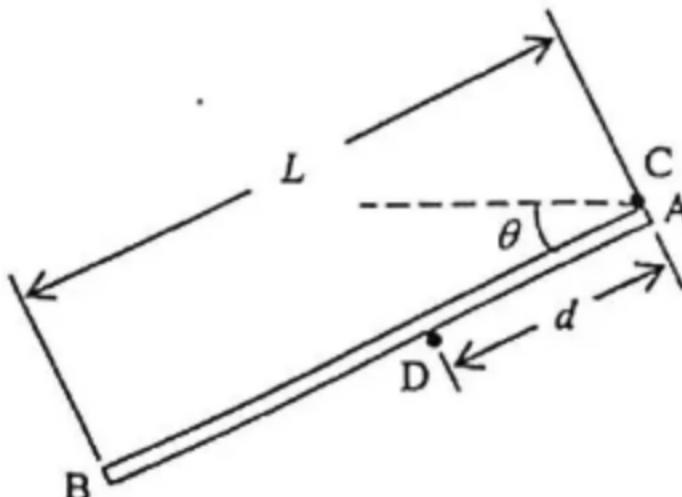
6. (10分) 田径场上某同学将一铅球以初速度  $v_0$  抛出，该铅球抛出点的高度为  $H$ 。铅球在田径场上的落点与铅球抛出点的最大水平距离为 \_\_\_\_\_，对应的抛射角为 \_\_\_\_\_。重力加速度大小为  $g$ 。

得分	阅卷	复核

7. (10分) 两颗人造地球卫星 A 和 B 都在同一平面内的圆轨道上运行，绕向相同，卫星 A 的轨道半径为  $r$ 。某时刻，B 恰好在 A 的正上方  $h$  高处， $h \ll r$ 。A 运行一周时，B 在 A 的后方，且 A、B 对地心的张角为 \_\_\_\_\_，经过时间 \_\_\_\_\_，B 又重新在 A 的正上方。已知地球半径为  $R$ ，重力加速度大小为  $g$ 。

得分	阅卷	复核

8. (10分) 如图，一长为  $L$  的均质细杆 AB 由固定的两个水平细轴 C、D 支承在竖直平面内，C、D 间距为  $d$ ；杆的 A 端置于轴 C 下，杆与轴之间的静摩擦因数为  $\mu$ ，杆与水平面的夹角为  $\theta$ 。为使杆保持平衡， $L/d$  的值必须满足的条件是 \_\_\_\_\_ 和 \_\_\_\_\_ 同时成立。



得分	阅卷	复核

9. (10分) 将一阻值可变的电阻分别与一节新电池或者一节旧电池相连，电阻的端电压  $U$  和通过的电流  $I$  的关系如  $U-I$  图所示。现将上述新、旧电池顺联（两电池的电动势同向）后对一电阻阻值为  $2.25\Omega$  的负载供电，负载电功率与电源非静电力做功的总功率的比值为 \_\_\_\_\_，旧电池非静电力的功率和它本身消耗的电功率的比值为 \_\_\_\_\_。
- 

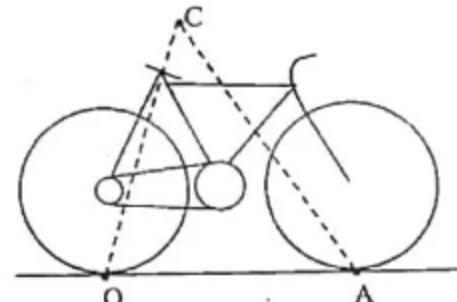
得分	阅卷	复核

10. (10分) 在任意给定温度  $T$  (热力学温度) 下，单位波长黑体热辐射功率最大值对应的波长  $\lambda_{\max}$  满足  $\lambda_{\max} T = b$  ( $b$  为常量)；黑体单位面积上的热辐射功率  $P = \sigma T^4$  ( $\sigma$  为常量)。假定地球与太阳以及人体均可视为黑体。已知  $\lambda_{\max}^{(\text{太阳})} = 5.0 \times 10^{-7}\text{m}$ ，日地距离约为太阳半径的 200 倍， $\lambda_{\max}^{(\text{人体})} = 9.3 \times 10^{-6}\text{m}$ 。由此可估算出，太阳表面的温度约为 \_\_\_\_\_ °C，地球表面的平均温度约为 \_\_\_\_\_ °C。

三、计算题。计算题的解答应写出必要的文字说明、方程式和重要计算步骤，只写出最后结果的不能得分。有数值计算的，答案中必须明确写出数值和单位。

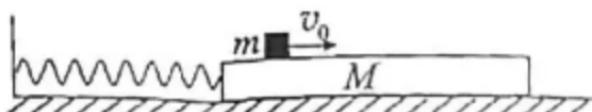
得分	阅卷	复核

11. (20分) 考虑水平地面上一辆自行车和骑车人构成的系统，如图所示（骑车人未画出）。取后轮着地点为原点  $O$ ， $x$  轴过原点水平向右， $y$  轴过原点竖直向上，前轮着地点为  $A(l, 0)$ ，系统（假设为刚体）质量为  $m$ ，质心为  $C(x_c, y_c)$ 。已知重力加速度大小为  $g$ ，假定车轮与地面之间的静摩擦系数足够大，且前轮的滚动摩擦力可忽略。求
- (1) 前、后轮与地面之间正压力的大小；
  - (2) 骑车人开始蹬踏自行车时，在保证安全的条件下自行车可达到的最大加速度。



得分	阅卷	复核

12. (20分) 如图, 一质量为  $M$ 、足够长的长方形平板静止于光滑的水平地面上; 平板左端

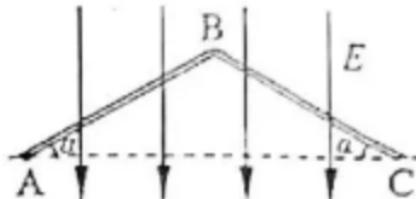


与劲度系数为  $k$  的水平轻弹簧相连, 弹簧的另一端固定在墙面上; 平板上面有一质量为  $m$  的小物块。在  $t=0$  时刻, 平板静止, 而小物块以某一速度向右开始运动。已知小物块与平板之间的滑动摩擦因数为  $\mu$ , 重力加速度大小为  $g$ 。

- (1) 证明: 在小物块相对于平板向右滑动过程中, 平板的运动是简谐运动, 求该简谐运动的振幅、频率(周期)。
- (2) 若平板从  $t=0$  时刻开始运动至四分之一周期时, 恰好小物块第一次相对于平板静止。求
  - (i) 小物块初速度的值;
  - (ii) 平板在运动四分之一周期的过程中产生的热量。

得分	阅卷	复核

13. (20 分) 如图, 两根内径相同的绝缘细管 AB 和 BC, 连接成倒 V 字形, 竖直放置, 连接点 B 处可视为一段很短的圆弧; 两管长度均为

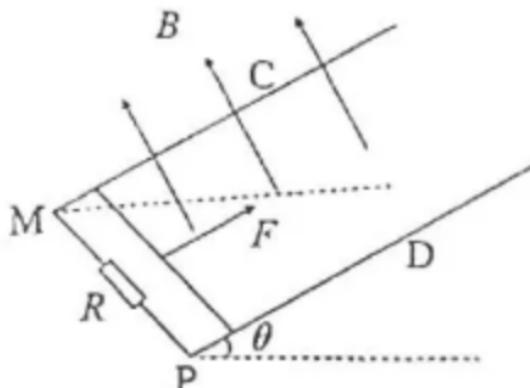


$l = 2.0\text{m}$ , 倾角  $\alpha = 37^\circ$ , 处于方向竖直向下的匀强电场中, 场强大小  $E = 1.0 \times 10^4 \text{V/m}$ 。一质量  $m = 1.0 \times 10^{-4} \text{kg}$ 、带电量  $-q = -2.0 \times 10^{-7} \text{C}$  的小球 (小球直径比细管内径稍小, 可视为质点), 从 A 点由静止开始在管内运动, 小球与 AB 管壁间的滑动摩擦因数为  $\mu_1 = 0.50$ , 小球与 BC 管壁间的滑动摩擦因数为  $\mu_2 = 0.25$ 。小球在运动过程中带电量保持不变。已知重力加速度大小  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,  $\sin 37^\circ = \frac{3}{5}$ 。求

- (1) 小球第一次运动到 B 点时的速率  $v_0$ ;
- (2) 小球第一次速度为零的位置与 B 点之间的距离  $S_1$ ;
- (3) 小球从开始运动直至静止, 在 AB 管中运动的总路程  $S_{AB}$  和在 BC 管中运动的总路程  $S_{BC}$ 。

得分	阅卷	复核

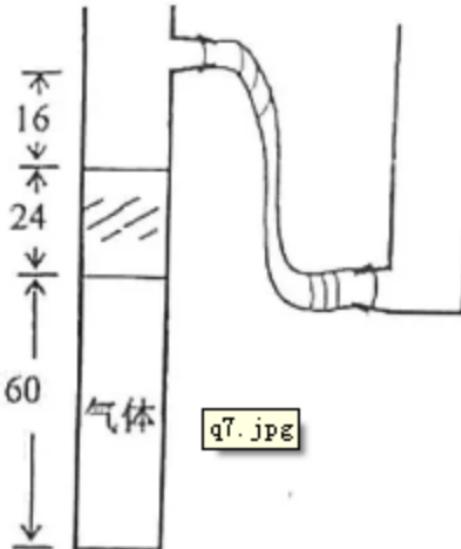
14. (20 分) 如图, MC、PD 为两条间距  $L = 0.50\text{m}$ 、足够长的平行光滑导轨, MP 水平且与导轨垂直, 导轨与水平面的夹角  $\theta = 30^\circ$ , 导轨底端连接一电阻值  $R = 2.0\Omega$  的电阻; 导轨的 MC 段与 PD 段长度均为  $l = 4.5\text{m}$ , 电阻均为  $r = 2.25\Omega$ , 且电阻分布均匀; 一根质量  $m = 0.20\text{kg}$ 、电阻可忽略的金属棒, 置于导轨底端, 与导轨垂直并接触良好; 整个装置处于磁感应强度大小  $B = 2.0\text{T}$ 、方向垂直于导轨平面向上的匀强磁场中。现在对金属棒施加一沿导轨平面向上且平行于导轨的拉力  $F$ , 使棒从静止开始以加速度  $a = 1.0\text{ m/s}^2$  沿导轨平面向上做匀加速直线运动。重力加速度大小  $g = 10\text{ m/s}^2$ 。



- (1) 从金属棒开始运动的瞬间计时, 求金属棒中电流与时间  $t$  的关系式;
- (2) 求在金属棒开始运动至其到达 CD 位置的过程中拉力  $F$  的最大值。

得分	阅卷	复核

15. (20 分) 如图, 左边试管由一段 24.0cm 长的水银柱封住一段高为 60.0cm、温度为 300.0K 的理想气体柱, 上水银面与管侧面小孔相距 16.0cm, 小孔右边用一软管连接一空的试管。一控温系统可持续升高或降低被封住的气体柱的温度, 当气体温度升高到一定值时水银会从左边试管通过小孔溢出到右边试管中。左边试管竖直放置, 右边试管可上下移动, 上移时可使右边试管中的水银回流到左边试管内, 从而控制左边试管中水银柱的长度。大气压强为 76.0cmHg。



- (1) 在左边试管中水银上表面与小孔平齐的条件下, 求被封住的气体平衡态的温度  $T$  与水银柱长度  $x$  的关系式, 以及该气体平衡态可能的最高温度;
- (2) 已知被封住的气体处在温度为 384.0K 的平衡状态, 求左边试管中水银柱可能的长度。数值计算保留至一位小数。

得分	阅卷	复核

16. (20 分) 要在一张照片上同时拍摄物体的正面和几个不同侧面的像，可以在物体的后面放两个直立的大平面镜 AO 和 BO，使物体和它对两个平面所成的像都摄入照相机，如图 a 所示。图 b 为俯视图。图 a 中带箭头的圆圈 P 代表一个人的头部（其尺寸远小于 OC 的长度），白色半圆圈代表人的脸部，此人正面对着照相机镜头；涂黑色的半圆代表脑后的头发；箭头表示头顶上的帽子。若两平面镜之间的夹角为  $72^\circ$ ，设人头的中心恰好位于两平面镜夹角的平分面上，且照相机到人的距离远大于人到平面镜的距离。

(1) 试在图 b 中标出 P 的所有像的方位示意图；

(2) 在图 c 的方框中画出照片上得到的所有的像（分别用空白和黑色表示脸和头发，用箭头表示头上的帽子）。

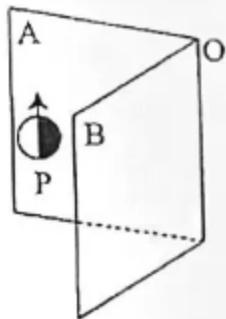


图 a

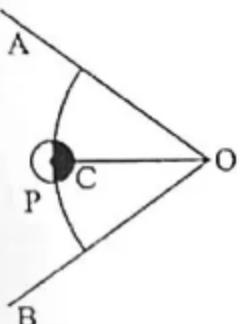


图 b

q8.jpg



图 c

# 第35届全国中学生物理竞赛预赛试卷

## 参考解答与评分标准

一、选择题。本题共5小题，每小题6分。在每小题给出的4个选项中，有的小题只有一项符合题意，有的小题有多项符合题意。把符合题意的选项前面的英文字母写在每小题后面的小括号内。全部选对的得6分，选对但不全的得3分，有选错或不答的得0分。

1. [B];      2. [D];      3. [D];      4. [CD];      5. [C]

二、填空题。把答案填在题中的横线上。只要给出结果，不需写出求得结果的过程。

6. (10分)

答案： $\frac{v_0}{g} \sqrt{2gH + v_0^2}$

$$\arccos \sqrt{\frac{2gH + v_0^2}{2(gH + v_0^2)}} \quad (\text{或 } \arcsin \frac{v_0}{\sqrt{2(gH + v_0^2)}}, \text{ 或 } \arctan \frac{v_0}{\sqrt{2gH + v_0^2}})$$

7. (10分)

答案： $\frac{3\pi h}{r} \quad \frac{4\pi}{3hR} \sqrt{\frac{r^4}{g}}$

8. (10分)

答案： $\frac{L}{d} \geq 1 + \frac{\tan\theta}{\mu} \quad \frac{L}{d} \geq 2$

9. (10分)

答案：0.34      0.73

10. (10分)

答案： $5.5 \times 10^3$       15

三、计算题。计算题的解答应写出必要的文字说明、方程式和重要的演算步骤，只写出最后结果的不能得分。有数值计算的，答案中必须明确写出数值和单位。

11. (20分)

(1) 系统在竖直方向上受力平衡，有

$$F_1 + F_2 - mg = 0 \quad ①$$

式中， $F_1$  和  $F_2$  分别是后轮和前轮与地面之间的正压力的大小。系统相对于其质心没有转动，由力矩平衡（以逆时针方向为力矩正方向）有。

$$-x_c mg + lF_2 = 0$$

由①②式得

$$F_1 = \frac{l - x_c}{l} mg \quad ③$$

$$F_2 = \frac{x_c}{l} mg \quad ④$$

物理竞赛预赛卷参考解答与评分标准 第1页 (共8页)

(2) 设骑车人开始蹬踏自行车时, 在保证安全的条件下自行车的加速度为  $a$  (朝前为正)。设地面给车后轮施加的静摩擦力大小为  $f$ 。按照牛顿第二定律, 由题意有

$$f = ma \quad ⑤$$

系统相对于其质心没有转动, 由力矩平衡有

$$y_c f - x_c F_1 + (l - x_c) F_2 = 0 \quad ⑥$$

由①⑤⑥式得

$$F_1 = \left( \frac{l - x_c + \frac{a}{g} y_c}{l} \right) mg \quad ⑦$$

$$F_2 = \left( \frac{x_c}{l} - \frac{y_c}{l} \frac{a}{g} \right) mg \quad ⑧$$

由⑤式和关于加速度正方向的约定,

$$a > 0$$

⑦⑧式表明, 随着加速度  $a$  增大, 后轮与地面间的正压力  $F_1$  增大, 同时前轮与地面间的正压力  $F_2$  减小。一旦  $F_2 = 0$ , 系统就失去平衡。为了保证安全, 应有

$$F_2 \geq 0 \quad ⑨$$

由⑧⑨式知, 在保证安全的条件下自行车可达到的最大加速度大小为

$$a_{\max} = \frac{x_c}{y_c} g \quad ⑩$$

评分标准：本题 20 分。第（1）问 8 分，①②③④式各 2 分；第（2）问 12 分，⑤⑥⑦⑧⑨⑩式各 2 分。

### 12. (20 分)

(1) 在小物块相对于平板向右滑动过程中，平板受到的滑动摩擦力为

$$f = \mu mg \quad ①$$

方向向右。对平板，由牛顿第二定律有

$$f - kx = Ma \quad ②$$

式中， $x$  为弹簧的伸长， $a$  为平板的加速度（向右为正）。令

$$x' = x - \frac{\mu mg}{k} \quad ③$$

由①②③式得

$$-kx' = Ma \quad ④$$

可见，平板在弹簧伸长

$$x = \frac{\mu mg}{k}$$

即

$$x' = 0$$

时处于平衡位置，平板在该位置附近做简谐运动。

初始时，弹簧没有伸长

$$x = 0$$

由③式知，这时

$$x' = -\frac{\mu mg}{k}$$

此时平板的运动速度为零。故平板做简谐运动的振幅  $A$  为

$$A = \frac{\mu mg}{k} \quad ⑤$$

由④式可知，平板做简谐运动的频率  $\nu$  (周期  $T$ ) 为

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{M}} \quad (T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{k}}) \quad ⑥$$

(2) (i) 平板开始时相对于地面静止，平板在  $t$  时刻相对于地面的速度为

$$V_y = A\omega \sin \omega t \quad ⑦$$

设小物块相对于地面的初速度为  $v_0$ ，小物块在平板对它的滑动摩擦力的作用下，做匀减速直线运动，加速度大小为  $\mu g$ 。小物块在  $t$  时刻相对于地面的速度为

$$v_m = v_0 - \mu g t \quad ⑧$$

在时刻  $t = \frac{T}{4}$ ，平板第一次经过其平衡位置，速度达到最大值

$$V_{M,\max} = A\omega = \mu g \sqrt{\frac{1}{kM}} \quad ⑨$$

此时小物块的运动速度为

$$v_m(\frac{T}{4}) = v_0 - \frac{\mu g T}{4} \quad ⑩$$

由题意，此时小物块相对于平板静止，故有

$$v_m(\frac{T}{4}) = V_{M,\max} \quad ⑪$$

由⑥⑨⑩⑪式得

$$v_0 = \mu g \sqrt{\frac{M}{k}} \left( \frac{\pi}{2} + \frac{m}{M} \right) \quad ⑫$$

(ii) 小物块相对平板运动，小物块与平板之间的滑动摩擦力做负功，消耗系统的机械能而转化成热能。由能量守恒，在平板从静止开始运动四分之一周期的过程中产生的热量为

$$Q = \frac{1}{2}mv_0^2 - \left( \frac{1}{2}(m+M)A^2\omega^2 + \frac{1}{2}kA^2 \right) \quad ⑬$$

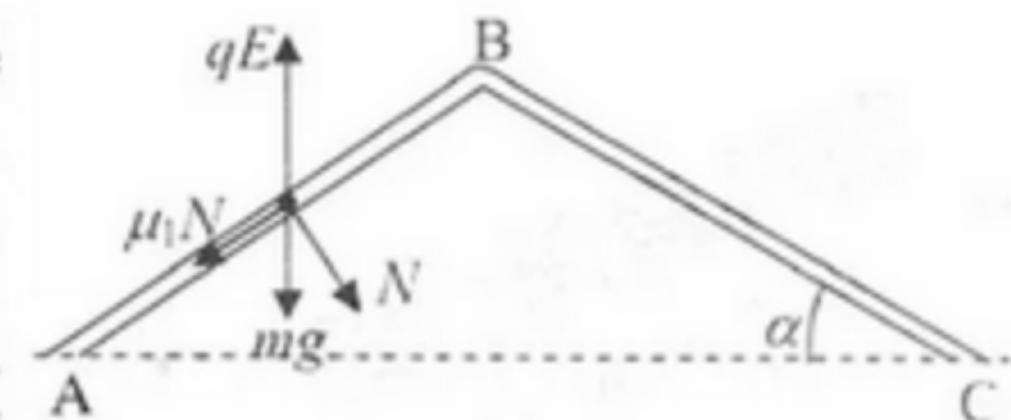
由⑤⑥⑫⑬式得

$$Q = \frac{\mu^2 g^2 m M}{2k} \left[ \frac{\pi^2}{4} + (\pi - 2) \frac{m}{M} \right] \quad ⑭$$

评分标准：本题 20 分。第（1）问 9 分，①②式各 2 分，③式 1 分，④式 2 分，⑤⑥式各 1 分；第（2）（i）问 8 分，⑦式 2 分，⑧式 1 分，⑨式 2 分，⑩⑪⑫式各 1 分；第（2）（ii）问 3 分，⑬式 2 分，⑭式 1 分。

### 13. (20 分)

(1) 小球的受力情况如图所示 (为清楚起见, 对于题图放大了尺寸): 向下的重力  $mg$ , 向上的电场力  $qE$ , 管壁对小球的正压力  $N_1$  (垂直于管壁向下为正), 滑动摩擦力  $\mu_1 N_1$ 。小球从 A 点到 B 点做初速度为零的匀加速直



$$qE\sin\alpha - mg\sin\alpha - \mu_1 N = ma_1 \quad ①$$

$$qE\cos\alpha = mg\cos\alpha + N \quad ②$$

由①②式和题给数据得

$$a_1 = \frac{(qE - mg)(\sin\alpha - \mu_1 \cos\alpha)}{m} = 2.0 \text{ m/s}^2 \quad ③$$

由运动学公式有

$$v_B^2 = 2a_1 l \quad ④$$

由③④式得

$$v_B = 2\sqrt{2} \text{ m/s} = 2.8 \text{ m/s} \quad ⑤$$

(2) 小球从 B 点沿 BC 管向下 (远离 B 点) 做匀减速直线运动直至速度为零, 设加速度大小为  $a_2$ 。由牛顿第二定律得

$$qE\sin\alpha - mg\sin\alpha + \mu_2 N = ma_2$$

$$qE\cos\alpha = mg\cos\alpha + N$$

与①②式相比, 只是  $\mu_1 \rightarrow -\mu_2$ ,  $a_1 \rightarrow a_2$ 。由上述两式和题给数据得

$$a_2 = \frac{(qE - mg)(\sin\alpha + \mu_2 \cos\alpha)}{m} = 8.0 \text{ m/s}^2 \quad ⑥$$

由运动学公式  $v_B^2 = 2a_2 S_1$ , 以及③④式和题给数据得

$$S_1 = \frac{a_1}{a_2} l = 0.50 \text{ m} \quad ⑦$$

(3) 小球在 BC 管中速度第一次减为零后返回 B 点过程中, 滑动摩擦力方向反向, 小球做匀加速直线运动, 设加速度大小为  $a_3$ 。由牛顿第二定律得

$$qE\sin\alpha - mg\sin\alpha - \mu_2 N = ma_3$$

$$qE\cos\alpha = mg\cos\alpha + N$$

与①②式相比, 只是  $\mu_1 \rightarrow \mu_2$ ,  $a_1 \rightarrow a_3$ 。由上述两式和题给数据得

$$a_3 = \frac{(qE - mg)(\sin\alpha - \mu_2 \cos\alpha)}{m} = 4.0 \text{ m/s}^2 \quad ⑧$$

此过程中, 小球走过的路程仍为  $S_1$ 。

继而, 小球远离 B 点在 AB 管中做匀减速直线运动, 设加速度大小为  $a_4$ 。由牛顿第二定律可得

$$qE\sin\alpha - mg\sin\alpha + \mu_1 N = ma_4$$

$$qE\cos\alpha = mg\cos\alpha + N$$

与①②式相比, 只是  $\mu_1 \rightarrow -\mu_1$ ,  $a_1 \rightarrow a_4$ 。由上述两式和题给数据得

$$a_4 = \frac{(qE - mg)(\sin\alpha + \mu_1 \cos\alpha)}{m} = 10 \text{ m/s}^2 \quad ⑨$$

设此过程中，小球走过的路程为  $S_2$ ，类似于⑦式有

$$S_2 = \frac{a_3}{a_4} S_1 \quad ⑩$$

设小球在 AB 管和 BC 管中第  $n$  次的远离 B 点的最大距离分别为  $S_{2n}$  和  $S_{2n-1}$ ，类似于⑦⑩式有

$$S_{2n} = \frac{a_3}{a_4} S_{2n-1} \quad ⑪$$

$$S_{2n+1} = \frac{a_1}{a_2} S_{2n} \quad ⑫$$

注意到  $S_0 = l = 2.0\text{m}$ ，小球分别在 AB 管和 BC 管中第  $n$  次远离 B 点的最大距离为

$$S_{2n} = \left( \frac{a_1 a_3}{a_2 a_4} \right)^n S_0 \quad ⑬$$

$$S_{2n-1} = \left( \frac{a_1}{a_2} \right)^n \left( \frac{a_3}{a_4} \right)^{n-1} S_0 \quad ⑭$$

小球分别在 AB 管和 BC 管中运动的总路程为

$$S_{AB} = S_0 + 2 \left( \sum_n S_{2n} \right) = S_0 + 2 S_0 \sum_n \left( \frac{a_1}{a_2} \right)^n \left( \frac{a_3}{a_4} \right)^n \quad ⑮$$

$$S_{BC} = 2 \left( \sum_n S_{2n-1} \right) = 2 S_0 \sum_n \left( \frac{a_1}{a_2} \right)^n \left( \frac{a_3}{a_4} \right)^{n-1} \quad ⑯$$

将加速度值③⑥⑧⑨代入，取极限  $n \rightarrow \infty$  得

$$S_{AB} = \frac{11}{9}l = \frac{22}{9}\text{m} \quad ⑰$$

$$S_{BC} = \frac{5}{9}l = \frac{10}{9}\text{m} \quad ⑱$$

评分标准：本题 20 分。第（1）问 8 分，①②③式各 2 分，④⑤式各 1 分；第（2）问 3 分，⑥式 1 分，⑦式 2 分；第（3）问 9 分，⑧⑨⑩⑪⑫⑬⑭⑮⑯式各 1 分。

#### 14. (20 分)

(1) 金属棒在导轨上做匀加速直线运动，开始运动后，在时刻  $t$ ，棒的速度为

$$v_t = at \quad ⑲$$

棒相对于起始位置的位移为

$$s_t = \frac{1}{2}at^2 \quad ⑳$$

由法拉第电磁感应定律，棒在时刻  $t$  的感应电动势为

$$\varepsilon_t = BLv_t \quad ㉑$$

由欧姆定律得，棒在时刻  $t$  的电流为

$$i_t = \frac{E_t}{R_t} \quad ④$$

式中  $R_t$  是在时刻  $t$  由棒和导轨构成的闭合电路的总电阻。

设棒经过时间  $t_1$  运动到 C、D 处，有

$$s_{t_1} = l \quad ⑤$$

由②⑤式和题给数据得

$$t_1 = 3.0\text{s} \quad ⑥$$

由②⑤⑥式和题给条件有

$$R_t = R + 2s_t \frac{r}{l}, \quad t \leq t_i \quad ⑦$$

$$R_t = R + 2r, \quad t > t_i \quad ⑧$$

由②⑤⑥⑦⑧式和题给数据得，通过棒的电流与时间  $t$  关系为

$$i_t = \frac{2.0 \times t}{4.0 + t^2} A, \quad t \leq t_i \quad ⑨$$

$$i_t = \frac{2.0 \times t}{13} A, \quad t > t_i \quad ⑩$$

⑨⑩式中， $t$  取以秒为单位的数值，电流单位为 A。

(2) 从金属棒开始运动直至到达 CD 位置的过程中，棒受到的安培力为

$$F_A = Bi_t L \quad ⑪$$

由牛顿第二定律得

$$F - F_A - mg \sin \theta = ma$$

或

$$F = F_A + mg \sin \theta + ma \quad ⑫$$

由⑨⑩⑪⑫式和题给数据得

$$F = \left( 1.2 + \frac{2.0}{\frac{4.0}{t} + t} \right) N \quad ⑬$$

在⑬式及其下一式中， $t$  取以 s 为单位的数值。因

$$\frac{1}{2} \left( \frac{4.0}{t} + t \right) \geq \sqrt{\frac{4.0}{t} t} = 2.0$$

拉力  $F$  的最大值为

$$F_{\max} = 1.7 N \quad ⑭$$

评分标准：本题 20 分。第（1）问 14 分，①②③④式各 2 分，⑤⑥⑦⑧⑨⑩式各 1 分；第（2）问 6 分，⑪⑫式各 2 分，⑬⑭式各 1 分。

15. (20 分)

(1) 由题给条件，对于被封住的理想气体的初态，其体积和温度为

$$V_1 = 60.0 \text{ cm} \cdot S, T_1 = 300.0 \text{ K}$$

式中  $S$  为左边试管的横截面积。由力平衡条件和题给数据知，其压强  $p_1$  满足

$$p_1 = p_0 + 24.0 \text{ cmHg} \quad ①$$

式中， $p_0$  为大气压强。

当被封闭的理想气体温度升高到  $T_2$  时，一部分水银通过小孔溢出到右边试管中，以至于左边试管中所剩水银柱的长度为  $x$ 。由力平衡条件，此时气体的压强  $p_2$  为

$$p_2 = p_0 + x \quad ②$$

$$V_2 = [(60.0 + 24.0 + 16.0) \text{ cm} - x] \cdot S \quad ③$$

式中  $x$  是以 cmHg 为单位的数值（当它表示压强时）或以 cm 为单位的数值（当它表示长度时），下同。由理想气体状态方程有

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \quad ④$$

由①②③④式和题给数据得

$$T_2 = \frac{(76.0 + x)(100.0 - x)}{20.0}$$

式中  $T_2$  是以 K 为单位的数值（下同），或

$$T_2 = 387.2 - \frac{(x - 12.0)^2}{20.0} \quad ⑤$$

由⑤式可知，当

$$x = 12.0 \text{ cm} \quad ⑥$$

时，温度  $T_2$  达到最高，此最高温度为

$$T_{2\max} = 387.2 \text{ K} \quad ⑦$$

(2) 当气体的温度为 384.0K 时，由⑤式得

$$(x - 12.0)^2 = 64.0 \quad ⑧$$

其解为

$$x_a = 20.0 \text{ cm} \quad ⑨$$

$$x_b = 4.0 \text{ cm} \quad ⑩$$

评分标准：本题 20 分。第（1）问 14 分，①②③式各 2 分，④⑥式各 3 分，⑦式 2 分；第（2）问 6 分，⑧⑨⑩式各 2 分。

## 16. (20 分)

(1) 根据两平面镜夹角为  $72^\circ$ ，和平面镜反射成像规律，P 和 P 的像的中心恰是一正五边形的顶点，在图 b 中标出的 P 的所有像的方位示意图如图 (1) 所示。

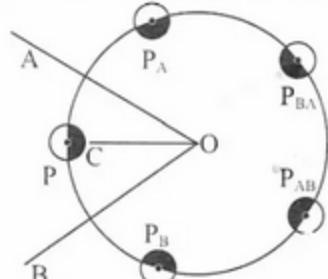


图 (1)

P 的像共有

$$n = 4$$

①

个，即

$$P_A, P_B, P_{AB}, P_{BA}$$

且  $P_A$  是 P 在镜 A 中的像，因而

P 与  $P_A$  对镜面 A 镜面对称；

②

$P_B$  是  $P$  在镜 B 中的像，因而

$P$  与  $P_B$  对镜面 B 镜面对称；③

$P_{AB}$  是  $P_A$  在镜 B 中的像，因而

$P_A$  与  $P_{AB}$  对镜面 B 镜面对称；④

且  $P_{BA}$  是  $P_B$  在镜 A 中的像，因而

$P_B$  与  $P_{BA}$  对镜面 A 镜面对称 ⑤

(2) 照相机沿 CO 方向拍摄到的像是

$P_A, P_{BA}, P, P_{AB}, P_B$

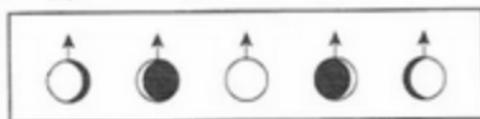


图 (2)

面向 CO 方向的头像表面的形象，如图 (2) 所示。

评分标准：本题 20 分。第 (1) 问 10 分，图 (1) 正确 10 分；如果图 (1) 基本正确给 6 分，再加上②③④⑤式各 1 分。第 (2) 问 10 分，图 (2) 正确给 10 分，即照相机沿 CO 方向拍摄到的 5 个头像表面的形象每一个正确便给 2 分。