泉州七中2020-2021学年度上学期高二数学单元考（2）试卷

命卷人：杨小郎 20200909

一、单选题 （本大题共10题，每题5分，共50分）

1．若$z=\dfrac{i^{2020}+3i}{1+i}$，则$z$在复平面内对应点位于(　　)

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

2．在ΔABC中，AD为BC边上的中线，且$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{ED}$,若$\overrightarrow{EB}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$,则$\dfrac{\lambda}{\mu}=$（　　）

A．-3　　B．$-\dfrac{1}{3}$　　C．3　　D．$\dfrac{1}{3}$

3．若函数$f(x)=4\sin(\dfrac{2\pi}{3}-\omega x)\sin\omega x+\cos(2\pi-2\omega x)$在区间$[-\dfrac{3\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}]$上单调递增，则正数$\omega$的最大值为（　　）

A．$\dfrac{1}{8}$　　B．$\dfrac{1}{6}$　　C．$\dfrac{1}{4}$　　D．$\dfrac{1}{3}$

4．在直三棱柱（侧棱垂直于底面的三棱柱）$ABC-A_1B_1C_1$中，$AB=AC=2$，$AA_1=4$，$AB\perp AC$，则其外接球的体积为（ ）

A．$4\sqrt{6}\pi$　　B．$8\sqrt{6}\pi$　　C．$\dfrac{8\sqrt{6}}{3}\pi$　　D．$\dfrac{4\sqrt{6}}{3}\pi$

5．已知向量$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$两两夹角都是60°，其模都为1，则$\left|\vec{a}-\vec{b}+2\vec{c}\right|$等于（ ）

A．$\sqrt{5}$　　B．5　　C．6　　D．$\sqrt{6}$

6．若*A*，*B*，*C*三点共线，*O*是这条直线外的一点，且满足$m\overline{OA}-2\overline{OB}+\overline{OC}=\vec{0}$，则*m*的值为(　　)

A．－1　　B．1　　C．2　　D．3

7．在ΔABC中，$\angle A,\angle B,\angle C$所对的边长分别是$a,b,c$，若$\sin C+\sin(B-A)=\sin 2A$，则$\Delta ABC$的形状为

A．等腰三角形　　B．直角三角形　　C．等腰直角三角形　　D．等腰三角形或直角三角形

8．已知平面向量$\overrightarrow{AC}$在$\overrightarrow{AB}$上的投影是-1，$\left|\overrightarrow{AB}\right|=1,\left|\overrightarrow{BC}\right|=\sqrt{7}$，则$\left|\overrightarrow{AC}\right|$的值为(　　)

A．$\sqrt{3}$　　B．$2\sqrt{2}$　　C．1　　D．2

9．ΔABC中各角的对应边分别为a,b,c，满足$\dfrac{b}{a+c}+\dfrac{c}{a+b}\geq 1$，则角$A$的范围是（　　）

A．$\left(0,\dfrac{\pi}{3}\right]$　　B．$\left(0,\dfrac{\pi}{6}\right]$　　C．$\left[\dfrac{\pi}{3},\pi\right)$　　D．$\left[\dfrac{\pi}{6},\pi\right)$

10．已知O为锐角$\triangle ABC$的外接圆的圆心，$\tan A=2$，若$\dfrac{\cos B}{\sin C}\overline{AB}+\dfrac{\cos C}{\sin B}\overline{AC}=2m\overline{AO}$，则$m$的值为（　）

A．$\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　B．$\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$　　C．$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　D．$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

二、多选题　（本大题共 2 题，每题 5 分，共 10 分，少选得 2 分，错选，多选不得分）

11．给出下列命题，其中正确命题有（　）

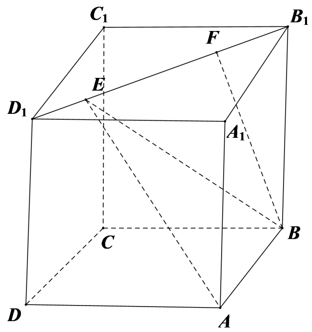
A．空间任意三个不共面的向量都可以作为一个基底

B．已知向量$\vec{a}//\vec{b}$，则$\vec{a},\vec{b}$与任何向量都不能构成空间的一个基底

C．A,B,M,N是空间四点，若$\overline{BA},\overline{BM},\overline{BN}$不能构成空间的一个基底，那么$A,B,M,N$共面

D．已知向量$\left\{\vec{a},\vec{b},\vec{c}\right\}$组是空间的一个基底，若$\vec{m}=\vec{a}+\vec{c}$，则$\left\{\vec{a},\vec{b},\vec{m}\right\}$也是空间的一个基底

12．如图，正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为 1，线段B_1D_1上有两个动点E，F，且$EF=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.则下列结论正确的是（　　）



A．三棱锥$A-BEF$的体积为定值

B．当E向D_1运动时，二面角$A-EF-B$逐渐变小

C．EF在平面ABB_1A_1内的射影长为$\dfrac{1}{2}$

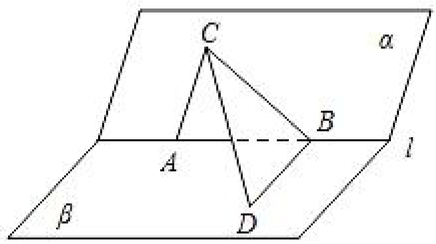
D．当E与D_1重合时，异面直线AE与BF所成的角为$\dfrac{\pi}{4}$

三、双空题　（本大题共 4 题，每题 5 分，共 20 分，第一空 2 分，第二空 3 分）

13．已知正三棱锥$A-BCD$的四个顶点在同一个球面上，$AB=AC=AD=4,CD=6,$则该三棱锥的外接球的表面积为______；该三棱锥的顶点B到面ACD的距离为 ______.

14．已知直线$l:x+y-6=0,$过直线上一点P作圆$x^2+y^2=4$的切线，切点分别为A,B，则四边形$PAOB$面积的最小值为______，此时四边形$PAOB$外接圆的方程为______.

15．如图所示，AC，BD分别在平面α和平面β内，在α与β的交线l上取线段$AB=1$，$AC\perp l$，$BD\perp l$，$AC=1$，$BD=1$，$CD=2$，则AB与CD所成的角为______：二面角$\alpha-l-\beta$的大小为______.



16．在锐角ΔABC中，角A，B，C的对边分别为a，b，c，若$\dfrac{b}{a}+\dfrac{a}{b}=6\cos C$，且$a^2+b^2=\lambda c^2$．则（i）$\lambda=$_________；（ii）$\dfrac{\tan C}{\tan A}+\dfrac{\tan C}{\tan B}=$_________.

四、解答题　（本大题共 6 小题，共 70 分，第 17 题满分 10 分，其他小题满分 12 分）

17．已知ΔABC的内角A,B,C的对于边分别为a,b,c，且$a\sin A+b\sin B+\sqrt{2}b\sin A=c\sin C$．

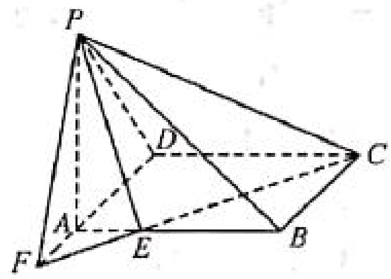
(1)求C；

(2)若$a=2,b=2\sqrt{2}$,线段BC的垂直平分线交AB于点D,求CD的长.

18．设a,b,c分别为ΔABC三个内角A,B,C的对边，若向量$\vec{m}\perp\vec{n}$，且$\vec{m}=\left(-\frac{4}{5}-\cos\left(A+B\right),\cos^2\frac{A-B}{2}\right)$，$\vec{n}=\left(\frac{5}{8},1\right)$.

（1）求$\tan A\tan B$的值；

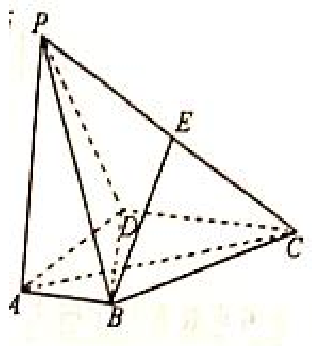
（2）求$\frac{S_{\Delta ABC}}{c^2-a^2-b^2}$的最小值（其中$S_{\Delta ABC}$表示$\Delta ABC$的面积）.



19．如图，在四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$是矩形，$PA\perp$平面$ABCD$，$\triangle PAD$是等腰三角形，$AB=2AD$，E是AB的一个三等分点（靠近点A），CE与DA的延长线交于点F，连接PF.

（1）求异面直线PD与EF所成角的余弦值；

（2）求二面角$A-PE-F$的正切值.



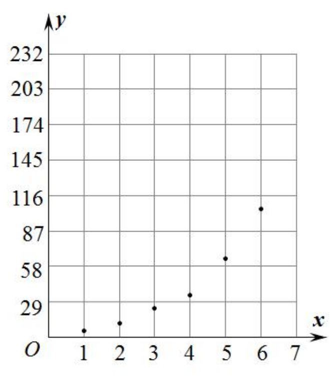
20．如图，已知在四棱锥$P-ABCD$中，$PA\perp$底面$ABCD$，$AD\perp AB$，$AB//DC$，$AD=DC=AP=2$，$AB=1$，点E为棱PC的中点,

（1）试在棱CD上确定一点M，使平面$BEM//$平面PAD，说明理由；

（2）若F为棱PC上一点，满足$BF\perp AC$，求二面角$F-AB-C$的余弦值.

21．近期，西安公交公司分别推出支付宝和微信扫码支付乘车活动，活动设置了一段时间的推广期，由于推广期内优惠力度较大，吸引越来越多的人开始使用扫码支付.某线路公交车队统计了活动刚推出一周内每一天使用扫码支付的人次，x表示活动推出的天数，y表示每天使用扫码支付的人次（单位：十人次），统计数据如表下所示：

x	1	2	3	4	5	6	7
y	6	11	21	34	66	101	196



根据以上数据，绘制了散点图.

（1）根据散点图判断，在推广期内，$y=a+bx$ 与 $y=c\cdot d^{x}$（c,d 均为大于零的常数），哪一个适宜作为扫码支付的人次 y 关于活动推出天数 x 的回归方程类型？（给出判断即可，不必说明理由）；

（2）根据（1）的判断结果及表 1 中的数据，建立 y 与 x 的回归方程，并预测活动推出第 8 天使用扫码支付的人次；

参考数据：

$\overline{y}$	$\overline{v}$	$\sum\limits_{i=1}^{7}x_iy_i$	$\sum\limits_{i=1}^{7}x_iv_i$	$10^{0.54}$
62.14	1.54	2535	50.12	3.47

其中其中 $v_i=\lg y_i$，$\overline{v}=\dfrac{1}{7}\sum\limits_{i=1}^{7}v_i$，

参考公式：对于一组数据 (u_1,v_1)，(u_2,v_2)，$\cdots$，(u_n,v_n)，其回归直线 $\overline{v}=\hat{\alpha}+\hat{\beta}u$ 的斜率和截距的最小二乘估计公式分别为：$\hat{\beta}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}u_iv_i-n\overline{u}\cdot\overline{v}}{\sum\limits_{i=1}^{n}u_i^{\,2}-n\overline{u}^{2}}$，$\hat{\alpha}=\overline{v}-\hat{\beta}\overline{u}$.

22．已知向量 $\vec{u}=(\sin\omega x,-1)$，$\vec{v}=\left(\sin\omega x+\cos\omega x,\dfrac{1}{2}\right)(\omega>0)$，且函数 $f(x)=\vec{u}\cdot\vec{v}$. 若函数 $f(x)$ 的图象上两个相邻的对称轴距离为 $\dfrac{\pi}{2}$.

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的解析式；

（Ⅱ）若方程 $f(x)=m(m>0)$ 在 $x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$ 时，有两个不同实数根 x_1，x_2，求实数 m 的取值范围，并求出 x_1+x_2 的值；

（Ⅲ）若函数 $g(x)=\sin 2x+af\left(\dfrac{x}{2}\right)$ 在 $\left[-\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2}\right]$ 的最大值为 2，求实数 a 的值.