泉州七中 2020-2021 学年度上学期高二年数学单元考（0）试卷

命题人：杜成北　20200829

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．第 1 到第 10 小题为单选题，第 11、12 小题为多选题．）

1. 已知 $a\in\mathbf{R}$，复数 $z=\left(a^2-1\right)+\left(a-1\right)\mathrm{i}$ 为纯虚数，则 $a=$（　　）

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. -1或1

2. 已知 m，n 是两条不同的直线，α，β 为两个不同的平面，且 $m\subset\alpha$，$n\subset\beta$，则“$m\perp n$”是“$\alpha\perp\beta$”的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

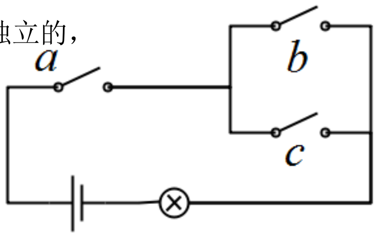
C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

甲组		乙组
9	0	9
x 2	1	5 y 8
7 4	2	4

3. 以下茎叶图记录了甲、乙两组各五名学生在一次英语听力测试中的成绩（单位：分）．已知甲组数据的中位数为15，乙组数据的平均数为16.8，则 x,y 的值分别为（　　）

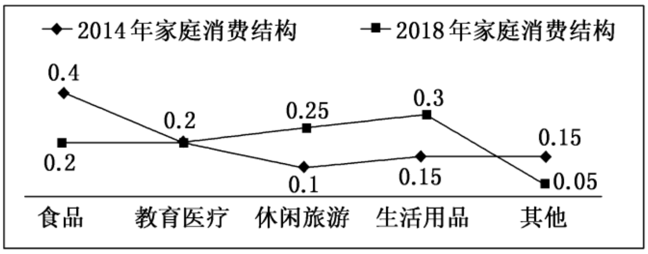
A. 2,5　　B. 5,5　　C. 5,8　　D. 8,8

4. 在如图所示的电路图中，开关 a,b,c 闭合与断开的概率都是 $\frac{1}{2}$，且是相互独立的，则灯亮的概率是（　　）



A. $\frac{1}{8}$　　B. $\frac{3}{8}$

C. $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{7}{8}$



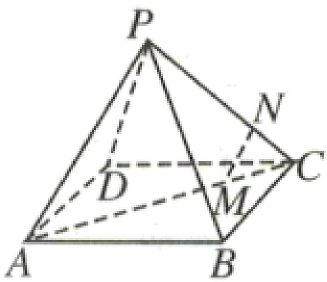
5. 随着我国经济实力的不断提升，居民收入也在不断增加．某家庭2018年全年的收入与2014年全年的收入相比增加了一倍，实现翻番．同时该家庭的消费结构随之也发生了变化，现统计了该家庭这两年不同品类的消费额占全年总收入的比例，得到了如右折线图：则下列结论中正确的是（　　）

A. 该家庭2018年食品的消费额是2014年食品的消费额的一半

B. 该家庭2018年教育医疗的消费额与2014年教育医疗的消费额相当

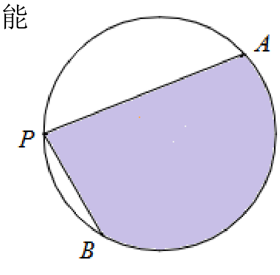
C. 该家庭2018年休闲旅游的消费额是2014年休闲旅游的消费额的五倍

D. 该家庭2018年生活用品的消费额是2014年生活用品的消费额的两倍



6. 如图所示，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，M,N 分别为 AC,PC 上的点，且 $MN//$平面 PAD，则（　　）

A. $MN // PD$　　B. $MN//PA$　　C. $MN // AD$　　D. 以上均有可能



7. 如图，A,B 是半径为 2 的圆周上的定点，P 为圆周上的动点，$\angle APB$ 是锐角，大小为 β．图中阴影区域的面积的最大值为（　　）

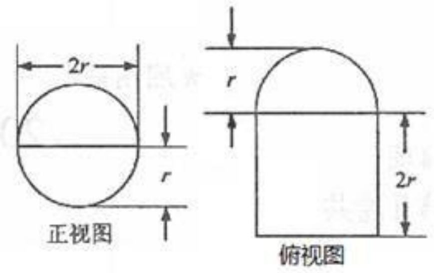
A. $4\beta+4\cos\beta$　　B. $4\beta+4\sin\beta$

C. $2\beta+2\cos\beta$　　D. $2\beta+2\sin\beta$

8. 已知$\sin 2(\alpha+\gamma)=n\sin 2\beta$，则$\dfrac{\tan(\alpha+\beta+\gamma)}{\tan(\alpha-\beta+\gamma)}=$（　　）

A. $\dfrac{n-1}{n+1}$　　B. $\dfrac{n}{n+1}$　　C. $\dfrac{n}{n-1}$　　D. $\dfrac{n+1}{n-1}$

9. 圆柱被一个平面截去一部分后与半球（半径为r）组成一个几何体，该几何体三视图中的正视图和俯视图如图所示. 若该几何体的表面积为$16+20\pi$，则$r=$（　　）



A. 1　　B. 2　　C. 4　　D. 8

10. 已知函数$f(x)=\sqrt{2}\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0\right)$的图象关于直线$x=\dfrac{\pi}{2}$对称，且$f\left(\dfrac{3\pi}{8}\right)=1$，$f\left(x\right)$在区间$\left[-\dfrac{3\pi}{8},-\dfrac{\pi}{4}\right]$上单调，则$\omega$可能取值为（　　）

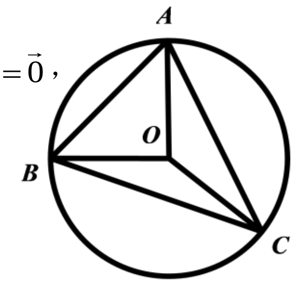
A. 2　　B. 4　　C. 6　　D. 8

11.（多选题）在某地区某高传染性病毒流行期间，为了建立指标显示疫情已受控制，以便向该地区居民显示可以过正常生活，有公共卫生专家建议的指标是“连续7天每天新增感染人数不超过5人”，根据连续7天的新增病例数计算，下列各个选项中，一定符合上述指标的是（　　）

A. 平均数$\bar{x}\le 3$；　　B. 标准差$S\le 2$；

C. 平均数$\bar{x}\le 3$且极差小于或等于2；　　D. 众数等于1且极差小于或等于4.

12.（多选题）若ΔABC内接于以O为圆心，1为半径的圆，且$3\overrightarrow{OA}+4\overrightarrow{OB}+5\overrightarrow{OC}=\vec{0}$，则下列结论正确的是（　　）



A. $\angle BOC=90^\circ$　　B. $\angle AOB=90^\circ$

C. $\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{CA}=-\dfrac{4}{5}$　　D. $\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{AB}=-\dfrac{1}{5}$

二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分，若有两空，则第一空2分，第二空3分.）

13. 工商部门对本市五个商场销售的某件商品一天的销售量及其价格进行调查. 五个商场的售价x（元）和销售量y（件）之间的一组数据如下表：

x	9	9.5	10	10.5	11
y	11	10	8	6	5

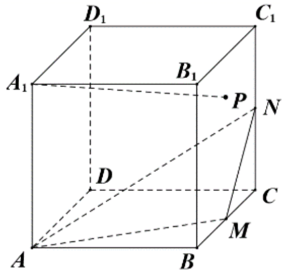
通过分析，发现销售量y对商品的价格x具有线性相关关系，并且计算得回归直线$y=bx+a$中$a=40$，则样本点的中心为__________；b的值为__________.

14.（1）已知向量$\vec{a}=(m,4),\vec{b}=(3,-2)$，且$\vec{a}/\!/\vec{b}$，则$m=$___________.

（2）已知单位向量$\vec{a},\vec{b}$的夹角为45°，$k\vec{a}-\vec{b}$与$\vec{a}$垂直，则$k=$__________.

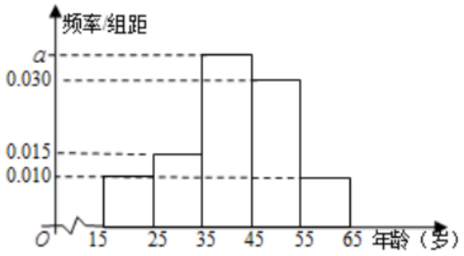
15. 若直线$y=x+b$与方程$x=\sqrt{1-y^2}$所表示的曲线有公共点，则实数b的取值范围为______；若恰有两个不同的交点，则实数b的取值范围为_________.

16. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，点 M,N 分别是棱 BC,CC_1 的中点，则二面角 $C-AM-N$ 的余弦值为________；若动点 P 在正方形 BCC_1B_1（包括边界）内运动，且 PA_1 // 平面 AMN，则线段 PA_1 的长度范围是________.



三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出必要文字说明、证明过程或演算步骤．第 17 小题满分 10 分，其他小题满分 12 分）

17.（本小题满分 10 分）树立和践行“绿水青山就是金山银山，坚持人与自然和谐共生”的理念越来越深入人心，已形成了全民自觉参与，造福百姓的良性循环．据此，某网站推出了关于生态文明建设进展情况的调查，现从参与调查的人群中随机选出 20 人的样本，并将这 20 人按年龄分组：第 1 组 $[15,25)$，第 2 组 $[25,35)$，第 3 组 $[35,45)$，第 4 组 $[45,55)$，第 5 组 $[55,65]$，得到的频率分布直方图如图所示.



（Ⅰ）求 a 的值，并估计参与调查人群的样本数据众数和中位数（保留两位小数）；

（Ⅱ）若从年龄在 $[15,35)$ 的人中随机抽取两位，求两人恰有一人的年龄在 $[25,35)$ 内的概率.

18.（本小题满分 12 分）ΔABC 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，已知 $(2c-a)b=\dfrac{\sin B}{\sin C}\left(b^2+c^2-a^2\right)$.

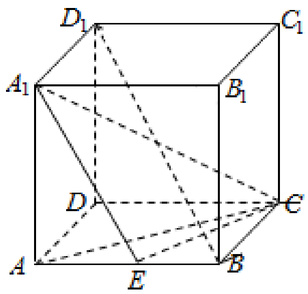
（Ⅰ）求角 B；

（Ⅱ）若 $S_{\triangle ABC}=6\sqrt{3}$，$3\sin A=2\sin C$，且 $\overrightarrow{BD}=3\overrightarrow{DC}$，求 AD.

19.（本小题满分 12 分）如图，在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E 为 AB 的中点. 求：

（Ⅰ）异面直线 BD_1 与 CE 所成角的余弦值；

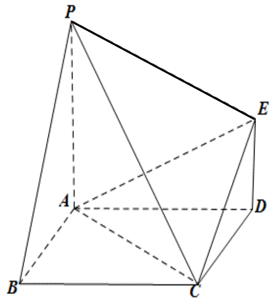
（Ⅱ）点 A 到平面 A_1EC 的距离.



20.（本小题满分 12 分）如图所示的几何体中，底面 $ABCD$ 是菱形，$PA\perp$底面 $ABCD$，$ED//PA$，且 $PA=2ED$. 证明：

（Ⅰ）$CE//$平面 PAB；

（Ⅱ）平面 $PAC\perp$平面 PCE.



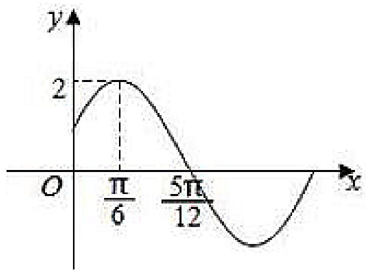
21.（本小题满分 12 分）已知函数 $f\left(x\right)=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)\left(A>0,\omega>0,\left|\varphi\right|<\dfrac{\pi}{2}\right)$的部分图象如下图所示.

（Ⅰ）求函数 $f\left(x\right)$的解析式；

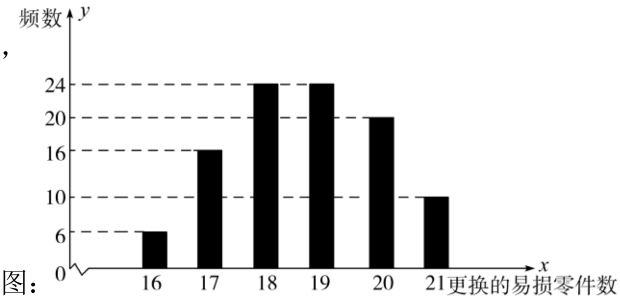
（Ⅱ）已知关于 x 的方程 $f\left(\dfrac{x}{2}-\dfrac{\pi}{12}\right)+\cos x=m$ 在$\left[0,2\pi\right]$内恰有两个不同的解α,β.

①求实数 m 的取值范围；

②证明：$\cos\left(\alpha-\beta\right)=\dfrac{2m^2}{5}-1$.



22.（本小题满分 12 分）某公司计划购买1台机器，该种机器使用三年后即被淘汰．机器有一易损零件，在购进机器时，可以额外购买这种零件作为备件，每个200元．在机器使用期间，如果备件不足再购买，则每个500元．现需决策在购买机器时应同时购买几个易损零件，为此搜集并整理了100台这种机器在三年使用期内更换的易损零件数，得下面柱状图：



记 x 表示1台机器在三年使用期内需更换的易损零件数，y 表示1台机器在购买易损零件上所需的费用(单位：元)，n 表示购机的同时购买的易损零件数.

（Ⅰ）若 $n=19$，求 y 与 x 的函数解析式；

（Ⅱ）若要求“需更换的易损零件数不大于 n”的频率不小于0.5，求 n 的最小值；

（Ⅲ）假设这100台机器在购机的同时每台都购买19个易损零件，或每台都购买20个易损零件，分别计算这100台机器在购买易损零件上所需费用的平均数，以此作为决策依据，购买1台机器的同时应购买19个还是20个易损零件？

泉州七中 2020-2021 学年度上学期高二年数学单元考（0）试卷参考答案

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．第 1 到第 10 小题为单选题，第 11、12 小题为多选题．）

ADCBC　BBDBA　CD　BD

10.【解析】由 $\frac{\pi}{2}\omega+\varphi=\frac{\pi}{2}+2k\pi$，$\frac{3\pi}{8}\omega+\varphi=\frac{\pi}{4}+2m\pi$ 或 $\frac{\pi}{2}\omega+\varphi=\frac{3\pi}{2}+2k\pi$，$\frac{3\pi}{8}\omega+\varphi=\frac{3\pi}{4}+2m\pi$

又因为 $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{3\pi}{8},-\frac{\pi}{4}\right]$ 上单调，所以 $-\frac{\pi}{4}-(-\frac{3\pi}{8})=\frac{\pi}{8}\le\frac{T}{2}$，从而 $T\ge\frac{\pi}{4}$ 即 $\omega\le 8$

所以 $\omega=2$ 或 $\omega=6$，经检验得 $\omega=2$.

12.【解析】由于 $\triangle ABC$ 内接于以 O 为圆心，1 为半径的圆，且 $3\overrightarrow{OA}+4\overrightarrow{OB}+5\overrightarrow{OC}=\vec{0}$，

所以 $3\overrightarrow{OA}+4\overrightarrow{OB}=-5\overrightarrow{OC}$，两边平方并化简得 $25+24\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=25\Rightarrow\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=0$，

$3\overrightarrow{OA}+5\overrightarrow{OC}=-4\overrightarrow{OB}$，两边平方并化简得 $34+30\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}=16\Rightarrow\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}=-\frac{3}{5}$，

$4\overrightarrow{OB}+5\overrightarrow{OC}=-3\overrightarrow{OA}$，两边平方并化简得 $41+40\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}=9\Rightarrow\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}=-\frac{4}{5}$.

所以 $\angle BOC\ne 90^\circ$，A 选项错误；$\angle AOB=90^\circ$，B 选项正确.

$\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{OB}\cdot\left(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OC}\right)=\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}=\frac{4}{5}$，C 选项错误.

$\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OC}\cdot\left(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}\right)=\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OA}=-\frac{4}{5}-\left(-\frac{3}{5}\right)=-\frac{1}{5}$，D 选项正确.

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，若有两空，则第一空 2 分，第二空 3 分.）

13. $(10,8)$；-3.2　　14. -6；$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　15. $[-\sqrt{2},1]$；$(-\sqrt{2},-1]$　　16. $\frac{2}{3}$；$[\frac{3\sqrt{2}}{2},\sqrt{5}]$

三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出必要文字说明、证明过程或演算步骤．第 17 小题满分 10 分，其他小题满分 12 分）

17. 解：（Ⅰ）由频率分布直方图得：$\left(0.01+0.015+a+0.030+0.010\right)\times 10=1$，解得 $a=0.035$. ………2 分

由频率分布直方图得参与调查人群的样本数据的众数为 40 ………………………………3 分

由频率分布直方图得 $\left[15,35\right)$ 的频率为 $\left(0.01+0.015\right)\times 10=0.25$，

$\left[35,45\right)$ 的频率为 $0.035\times 10=0.35$，

所以估计参与调查人群的样本数据的中位数为 $35+\frac{0.5-0.25}{0.35}\times 10\approx 42.14$. ………………5 分

（Ⅱ）20 人中，年龄在 $\left[15,25\right)$ 中的有 $0.01\times 10\times 20=2$ 人，记为 A,B，

年龄在 $\left[25,35\right)$ 中的有 $0.015\times 10\times 20=3$ 人，记为 a,b,c， ………………………………7 分

从年龄在 $\left[15,35\right)$ 的 5 人中随机抽取两位，基本事件有：

$(A,B),(A,a),(A,b),(A,c),(B,a),(B,b),(B,c),(a,b),(a,c),(b,c)$，共 10 种，

两人恰有一人的年龄在在 $\left[25,35\right)$ 内的基本事件有：

$\left(A,a\right),\left(A,b\right),\left(A,c\right),\left(B,a\right),\left(B,b\right),\left(B,c\right)$，共 6 种，

所以两人恰有一人的年龄在 $\left[25,35\right)$ 内的概率为 $p=\frac{m}{n}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$. ………………………10 分

18. 解：（Ⅰ）在ΔABC中，因为$(2c-a)b=\frac{\sin B}{\sin C}(b^2+c^2-a^2)$，由正弦定理可得：

$(2c-a)b=\frac{b}{c}(b^2+c^2-a^2)$， ……………………………………………………1 分

即$2c^2-ac=b^2+c^2-a^2$， ……………………………………………………3 分

所以$a^2+c^2-b^2=ac$， ……………………………………………………4 分

所以$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{1}{2}$ ……………………………………………………5 分

因为$0<B<\pi$，所以$B=\frac{\pi}{3}$. ……………………………………………………6 分

（Ⅱ）因为$3\sin A=2\sin C$，所以$a:c=2:3$， ……………………………………7 分

设$a=2x$，则$c=3x$.

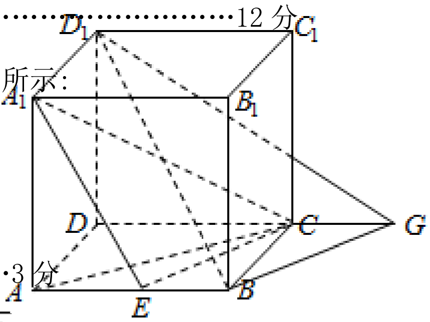
因为$S_{\triangle ABC}=6\sqrt{3}$，所以$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}\cdot 2x\cdot 3x\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}$，

解得$x=2$， ……………………………………………………9 分

即$a=4,c=6$，又因为$\overrightarrow{BD}=3\overrightarrow{DC}$，所以$BD=3, DC=1$. ……………10 分

在$\triangle ADC$中，由余弦定理得$AD^2=AB^2+BD^2-2AB\cdot BD\cdot\cos B=27$，

所以$AD=3\sqrt{3}$. ……………………………………………………12 分



19. 解：（Ⅰ）延长DC至G，使$CG=\frac{1}{2}DC$，连结$\frac{1}{2}BG$、D_1G，如下图所示：

$\because CG \underline{\underline{//}} EB$ $\therefore$四边形$EBGC$是平行四边形

$\therefore BG // EC$

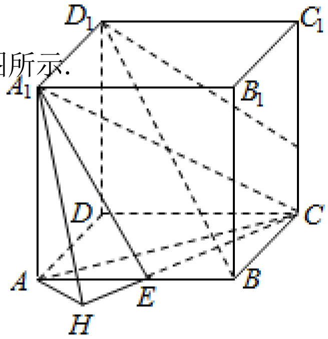
$\therefore \angle D_1BG$就是异面直线BD_1与CE所成的角. ……………………3 分

在ΔD_1BG中$D_1B=\sqrt{3}$，$BG=\frac{\sqrt{5}}{2}$，$D_1G=\sqrt{1^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{13}}{2}$

$\therefore \cos\angle D_1BG=\frac{D_1B^2+BG^2-D_1G^2}{2D_1B\cdot BG}=\frac{3+\frac{5}{4}-\frac{13}{4}}{2\times\frac{\sqrt{15}}{2}}=\frac{\sqrt{15}}{15}$

即异面直线BD_1与CE所成角的余弦值是$\frac{\sqrt{15}}{15}$. ……………………………………………………6 分

（Ⅱ）过A_1作$A_1H\perp CE$交CE的延长线于H. 连结AH. 底面$ABCD$如图所示.



由于$\angle AHE=\angle B=90^\circ$，$\angle AEH=\angle CEB$，则$\Delta AHE\backsim\Delta CBE$

$\therefore \frac{AH}{CB}=\frac{AE}{CE}$，$\therefore CE=\frac{\sqrt{5}}{2}$，$AE=\frac{1}{2}$

$\therefore AH=\frac{CB\cdot AE}{CE}=\frac{1\cdot\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{5}}{2}}=\frac{1}{\sqrt{5}}$

在 $Rt\Delta A_1AH$ 中，$A_1A=1$，$AH=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$，$\therefore$ $A_1H=\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$.

设点 A 到平面 A_1EC 的距离为 d，则由三棱锥体积公式可得：$\dfrac{1}{3}AA_1\times S_{\Delta ACE}=\dfrac{1}{3}d\times S_{\Delta A_1CE}$

即 $\dfrac{1}{3}\times1\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\times1=\dfrac{1}{3}d\times\dfrac{1}{2}\times\sqrt{\dfrac{1}{4}+1}\times\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$，所以 $d=\dfrac{\sqrt{6}}{6}$

即点 A 到平面 A_1EC 的距离为 $\dfrac{\sqrt{6}}{6}$. ……………………………………………………12 分

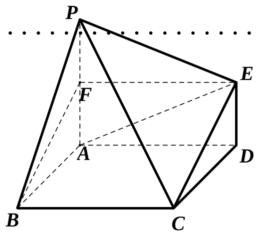
20. 证明：（Ⅰ）方法 1：$\because$ 底面 $ABCD$ 是菱形，$\therefore CD//AB$，　1 分

又 $AB\subset$ 平面 PAB，$CD\not\subset$ 平面 PAB，$\therefore CD//$ 平面 PAB，. . . . . 2 分

$\because$ $ED//PA$，又 $PA\subset$ 平面 PAB，$DE\not\subset$ 平面 PAB $\therefore ED//$ 平面 PAB，. . . . . . 3 分

且 $ED\cap CD=D$，$\therefore$ 平面 $CDE//$ 平面 PAB，. . . . . 4 分

又 $CE\subset$ 平面 CDE，$\therefore CE//$ 平面 PAB. . . . . 5 分



方法 2：取 PA 中点 F，连接 BF,EF.

$\because$ $ED//PA$，且 $PA=2ED$，

$\therefore$ $ED//AF$，且 $ED=AF$.

$\therefore$ 四边形 $ADEF$ 是平行四边形，. . . . . 1 分

$\therefore$ $EF//AD$，$EF=AD$. . . . . 2 分

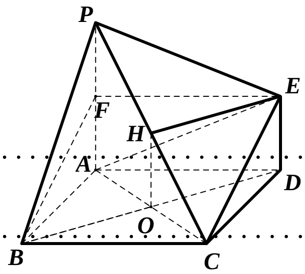
$\because$ 底面 $ABCD$ 是菱形，$\therefore BC//AD$，$BC=AD$. $\therefore BC//EF$，$BC=EF$.

$\therefore$ 四边形 $BCEF$ 是平行四边形，. . . . . 3 分

$\therefore BF//CE$，. . . . . 4 分

又 $BF\subset$ 平面 PAB，$CE\not\subset$ 平面 PAB，$\therefore CE//$ 平面 PAB. . . . . 5 分

（Ⅱ）取 PC 中点 H，连接 BD，设 $BD\cap AC=O$，连结 OH，EH.



$\because$ 底面 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore O$ 是 AC 的中点，

$\therefore$ $OH=\dfrac{1}{2}PA$，$OH//PA$，. . . . . 6 分

$\because$ $ED//PA$，且 $PA=2ED$，$\therefore OH//DE$，且 $OH=DE$，. 7 分

$\therefore$ 四边形 $ODEH$ 是平行四边形，$\therefore OD//EH$. . . . . 8 分

$\because$ $PA\perp$ 底面 $ABCD$，又 $OD\subset$ 平面 $ABCD$，$\therefore PA\perp OD$，. 9 分

$\because$ 底面 $ABCD$ 是菱形，$\therefore AC\perp OD$. 且 $PA\cap AC=A$，$\therefore OD\perp$ 平面 PAC. . . . . 10 分

又 $OD//EH$，$\therefore EH\perp$ 平面 PAC. . . . . 11 分

又 $EH\subset$ 平面 PAC，$\therefore$ 平面 $PAC\perp$ 平面 PCE. . . . . 12 分

21. 解：（Ⅰ）易知 $A=2$，……………………………………………………1 分

设周期为 T，则 $\dfrac{T}{4}=\dfrac{5\pi}{12}-\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\pi}{4}$，$\therefore T=\pi$，$\therefore \omega=2$，……………………………………2 分

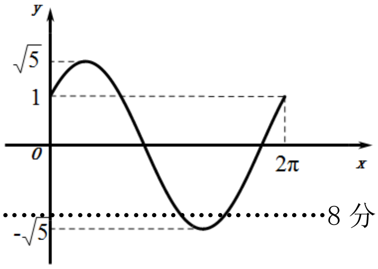
$\because f\left(\frac{\pi}{6}\right)=2\sin\left(\frac{\pi}{3}+\varphi\right)=2$，$\frac{\pi}{3}+\varphi=\frac{\pi}{2}+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，

$\therefore \varphi=\frac{\pi}{6}+2k$，$\because |\varphi|<\frac{\pi}{2}$，$\therefore \varphi=\frac{\pi}{6}$，$\therefore f(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$. ………………………4 分

（Ⅱ）① $f\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{12}\right)+\cos x=2\sin\left[2\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{12}\right)+\frac{\pi}{6}\right]+\cos x=2\sin x+\cos x$

$=\sqrt{5}\sin(x+\theta)$，其中$\sin\theta=\frac{\sqrt{5}}{5}$，$\cos\theta=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，

当$x=0$时，函数值为1，且$x\in[0,2\pi]$，画出函数图象，



$\therefore$实数m的取值范围是$(-\sqrt{5},1)\cup(1,\sqrt{5})$. ………………………………8 分

②$\because \sin(\alpha+\theta)=\sin(\beta+\theta)=\frac{m}{\sqrt{5}}$，$\therefore \alpha+\theta+\beta+\theta=\pi+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，

$\therefore \alpha=-\beta-2\theta+\pi+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$.

$\therefore \cos(\alpha-\beta)=\cos(-2\beta-2\theta+\pi+2k\pi)=\cos[\pi-2(\beta+\theta)]$

$=-\cos2(\beta+\theta)=2\sin^2(\beta+\theta)-1=\frac{2m^2}{5}-1$. ………………………12 分

22. 解：（Ⅰ）当$x\le19$时，$y=3800$

当$x>19$时，$y=3800+500(x-19)=500x-5700$

所以y与x的函数解析式为$y=\begin{cases}3800 & x\le19\\ 500x-5700 & x>19\end{cases}(x\in\mathbf{N})$ ……………………………………4 分

（Ⅱ）由柱状图知，需更换的零件数不大于18的频率为0.46，不大于19的频率为0.7

故n的最小值为19 ……………………………………6 分

（Ⅲ）若每台机器在购机同时都购买19个易损零件，

则这100台机器在购买易损零件中有70台费用为3800，20台费用为4300，10台费用为4800

因此这100台机器在购买易损零件上所需费用的平均数为

$3800\times0.7+4300\times0.2+4800\times0.1=4000$ ……………………………………9 分

若每台机器在购机同时都购买20个易损零件，

则这100台机器在购买易损零件中有90台费用为4000，10台费用为4500

因此这100台机器在购买易损零件上所需费用的平均数为$4000\times0.9+4500\times0.1=4050$

比较两个平均数可知，购买1台机器的同时应购买19个易损零件. ……………………………………12 分