泉州七中 2020-2021 学年度上学期高二年数学周练（三）

命题人：赖呈杰　林景芳　20200927

一、选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

1. 设复数 z 满足 $(z-2i)(2-i)=5$，则 $z=$（　　）

A. $2+3i$　　B. $2-3i$　　C. $3+2i$　　D. $3-2i$

2. 设 m,n 是两条不同的直线，α,β 是两个不同的平面，则下列命题正确的是（　　）

A. 若 $l\perp\alpha, m\perp l$，则 $m//\alpha$　　B. 若 $m//n, m\subset\alpha, n\subset\beta$，则 $\alpha//\beta$

C. 若 $l//\alpha, m\perp l$，则 $m\perp a$　　D. 若 $m\perp\alpha, m//n, n\subset\beta$，则 $\alpha\perp\beta$

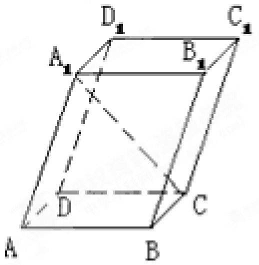
3. 埃及胡夫金字塔是古代世界建筑奇迹之一，它的形状可视为一个正四棱锥，以该四棱锥的高为边长的正方形面积等于该四棱锥一个侧面三角形的面积，则其侧面三角形底边上的高与底面正方形的边长的比值为（　　）

A. $\dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$　　B. $\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$　　C. $\dfrac{\sqrt{5}+1}{4}$　　D. $\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$

4. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，若点 F 是侧面 CD_1 的中心，且 $\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AD}+m\overrightarrow{AB}-n\overrightarrow{AA_1}$，则 m,n 的值分别为（　　）

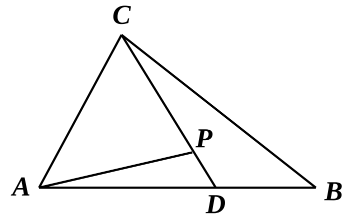
A. $\dfrac{1}{2},-\dfrac{1}{2}$　　B. $-\dfrac{1}{2},-\dfrac{1}{2}$　　C. $-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}$　　D. $\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}$

5. 如图，在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，底面是边长为1的正方形，若 $\angle A_1AB=\angle A_1AD=60^\circ$，且 $AA_1=3$，则 A_1C 的长为（　　）



A. $\sqrt{5}$　　B. $2\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{14}$　　D. $\sqrt{17}$

6. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=\dfrac{\pi}{3}$，$\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{DB}$，$P$ 为 CD 上一点，且满足 $\overrightarrow{AP}=m\overrightarrow{AC}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}\,(m\in\mathbf{R})$，若 $AC=3, AB=4$，则 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{CD}$ 的值为（　　）



A. -3　　B. $-\dfrac{13}{12}$　　C. $\dfrac{13}{12}$　　D. $\dfrac{1}{12}$

7. 已知四面体 $P-ABC$ 中，$PA=4$，$AC=2\sqrt{7}$，$PB=BC=2\sqrt{3}$，$PA\perp$ 平面 PBC，则四面体 $P-ABC$ 的外接球体积为（　　）

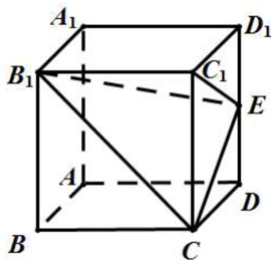
A. $\dfrac{125}{6}\pi$　　B. $\dfrac{16\sqrt{2}}{3}\pi$　　C. $\dfrac{64\sqrt{2}}{3}\pi$　　D. $\dfrac{256\sqrt{2}}{3}\pi$

8. 已知正方体的棱长为1，每条棱所在直线与平面 α 所成的角相等，则 α 截此正方体所得截面面积的最大值为（　　）

A. $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$　　B. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　　C. $\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$　　D. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

二、选择题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 3 分.）

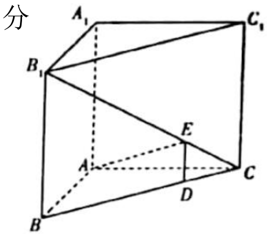
9. 如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为1，E 是 DD_1 的中点，则（　　）



A. 直线 $B_1C//$ 平面 A_1BD　　B. $B_1C\perp BD_1$

C. 三棱锥 C_1-B_1CE 的体积为 $\dfrac{1}{3}$　　D. 异面直线 B_1C 与 BD 所成的角为 60°

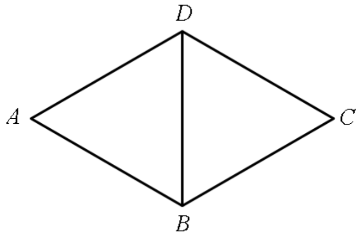
10. 如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中， $AA_1=AC=\dfrac{2}{3}AB=2$， $AB\perp AC$，点 D,E 分别是线段 BC,B_1C 上的动点（不含端点），且 $\dfrac{EC}{B_1C}=\dfrac{DC}{BC}$．则下列说法正确的是（　　）

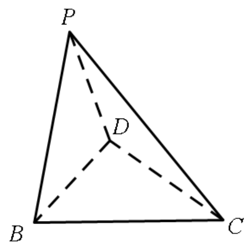


A． $ED//$ 平面 ACC_1　　　　B．该三棱柱的外接球的表面积为 68π

C．异面直线 B_1C 与 AA_1 所成角的正切值为 $\dfrac{3}{2}$　　D．二面角 $A-EC-D$ 的余弦值为 $\dfrac{4}{13}$

11. 如图，在菱形 $ABCD$ 中，$AB=2$，$\angle BAD=60^\circ$，将 $\triangle ABD$ 沿对角线 BD 翻折到 $\triangle PBD$ 位置，连结 PC，则在翻折过程中，下列说法正确的是（　　）





A． PC 与平面 BCD 所成的最大角为 45°

B．存在某个位置，使得 $PB\perp CD$

C．当二面角 $P-BD-C$ 的大小为 90° 时， $PC=\sqrt{6}$

D．存在某个位置，使得 B 到平面 PDC 的距离为 $\sqrt{3}$

12. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=2\sqrt{3}$， $AD=AA_1=2$， P,Q,R 分别是 AB,BB_1,A_1C 上的动点，下列结论正确的是（　　）

A．对于任意给定的点 P，存在点 Q 使得 $D_1P\perp CQ$

B．对于任意给定的点 Q，存在点 R 使得 $D_1R\perp CQ$

C．当 $AR\perp A_1C$ 时， $AR\perp D_1R$

D．当 $A_1C=3A_1R$ 时， $D_1R//$ 平面 BDC_1

三、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，若有两空，则第一空 2 分，第二空 3 分.）

13. 某人 5 次上班途中所花的时间（单位：分钟）分别为 $x,y,10,12,8$. 已知这组数据的平均数为 10，方差为 2，则 $|x-y|$ 的值为______.

14. 我国古代数学名著《数书九章》中有“天池盆测雨”题：在下雨时，用一个圆台形的天池盆接雨水. 天池盆盆口直径为二尺八寸，盆底直径为一尺二寸，盆深一尺八寸. 若盆中积水深九寸，则平地降雨量是_______寸.

（注：①平地降雨量等于盆中积水体积除以盆口面积；②一尺等于十寸）

15. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB=2$， $BC=4$， E,F 分别为 BC,AD 的中点，将四边形 $ABEF$ 沿 EF 折起，使得二面角 A_1-EF-D 的大小为 120°（如图 2），则 $B_1C=$__________；三棱锥 B_1-CDE 的外接球的表面积为___________.

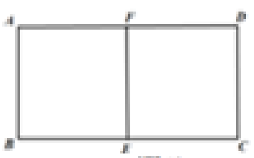


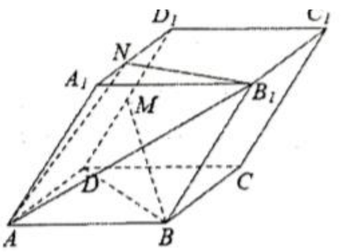
图1

图2

16. 如图所示的平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，已知 $AB=AA_1=AD$, $\angle BAD=\angle DAA_1=60^\circ$, $\angle BAA_1=30^\circ$， N 为 A_1D_1 上一点，且 $A_1N=\lambda A_1D_1$.

若 $BD\perp AN$，则 λ 的值为_______；

若 M 为棱 DD_1 的中点， $BM//$ 平面 AB_1N，则 λ 的值为_______.

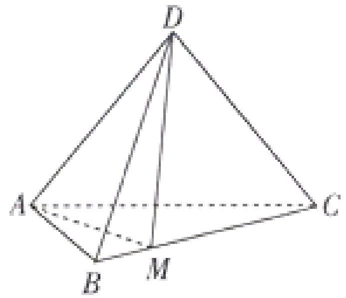


四、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出必要文字说明、证明过程或演算步骤．第 17 小题满分 10 分，其他小题满分 12 分）

17.（本小题满分 10 分）在三棱锥 $D-ABC$ 中，$AB=BC=2\sqrt{2}$，$DA=DC=AC=4$，平面 $ADC\perp$ 平面 ABC，点 M 在棱 BC 上.

（Ⅰ）若 M 为 BC 的中点，证明：$BC\perp DM$；

（Ⅱ）若三棱锥 $A-CDM$ 的体积为 $2\sqrt{3}$，求 M 到平面 ABD 的距离.

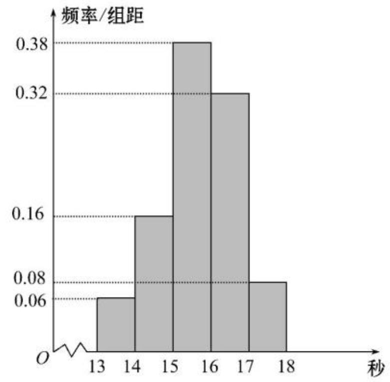


18.（本小题满分 12 分）某班 50 名学生在一次百米测试中，成绩全部介于 13 秒与 18 秒之间，将测试结果按如下方式分成五组：第一组 $[13,14)$，第二组 $[14,15)$，…，第五组 $[17,18]$. 下图是按上述分组方法得到的频率分布直方图.

（Ⅰ）若成绩大于或等于 14 秒且小于 16 秒认为良好，求该班在这次百米测试中成绩良好的人数；

（Ⅱ）该班学生成绩的众数、中位数、平均数；

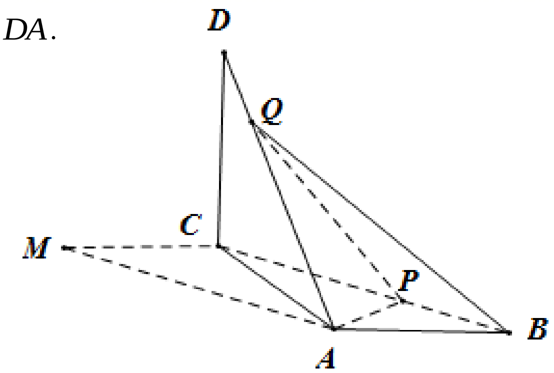
（Ⅲ）设 m,n 表示该班某两位同学的百米测试成绩，且已知 $m,n\in[13,14)\cup[17,18]$. 求事件“$|m-n|>1$”的频率.



19.（本小题满分 12 分）如图，在平行四边形 $ABCM$ 中，$AB=AC=4$，$\angle ACM=90^\circ$，以 AC 为折痕将 $\triangle ACM$ 折起，使点 M 到达点 D 的位置，且 $AB\perp DA$.

（Ⅰ）证明：平面 $ACD\perp$ 平面 ABC；

（Ⅱ）设 Q 为线段 AD 上一点，P 为线段 BC 上一点，且 $BP=DQ=\dfrac{1}{4}DA$，求三棱锥 $Q-ABP$ 的体积.



20.（本小题满分 12 分）某同学在研究性学习中，收集到某工厂今年前5个月某种产品的产量(单位：万件)的数据如下表：

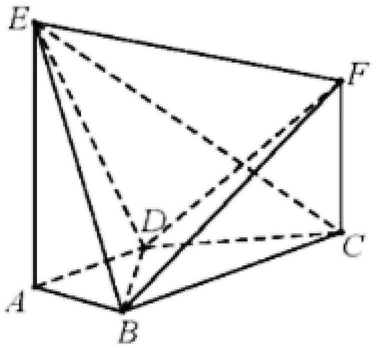
x（月份）	1	2	3	4	5
y（产量）	4	4	5	6	6

（Ⅰ）若从这5组数据中随机抽出2组，求抽出的2组数据恰好是相邻两个月的数据的概率；

（Ⅱ）求出y关于x的线性回归方程$y=\hat{b}x+a$，并估计今年6月份该种产品的产量.

参考公式：$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\overline{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^{\ 2}-n\overline{x}^2}$，$a=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$.

21.（本小题满分 12 分）如图，$AE\perp$平面$ABCD$，$CF\,//\,AE,\quad AD\,//\,BC$，$AD\perp AB,\quad AB=AD=1,\quad AE=BC=2$.

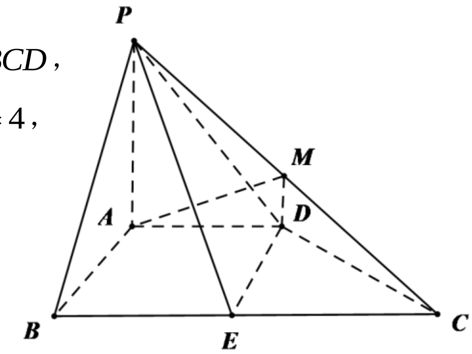


（Ⅰ）求证：$BF\,//$平面ADE；

（Ⅱ）求直线CE与平面BDE所成角的正弦值；

（Ⅲ）若二面角$E-BD-F$的余弦值为$\dfrac{1}{3}$，求线段CF的长.

22.（本小题满分 12 分）如图，在四棱锥$P-ABCD$中，$PA\perp$平面$ABCD$，$PA=AB=AD=2$，四边形$ABCD$满足$AB\perp AD$，$BC\,//\,AD$，$BC=4$，点M为PC中点，点E为BC边上的动点，且$\dfrac{BE}{EC}=\lambda$.



（Ⅰ）求证：$DM\,//$平面PAB；

（Ⅱ）求证：平面$ADM\perp$平面PBC；

（Ⅲ）是否存在实数λ，使得二面角$P-DE-B$的余弦值为$\dfrac{2}{3}$？若存在，试求出实数λ的值；若不存在，说明理由.

泉州七中 2020-2021 学年度上学期高二年数学周练（三）参考答案

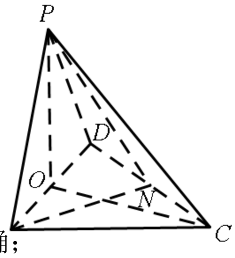
一、选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

1-4 ADCA 5-8 ACCA

二、选择题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 3 分.）

9. ABD 10. AD 11. BC 12. ABD

11.【解析】如图所示：



A 项：取 BD 的中点 O，连结 OP 、OC，因为四边形 $ABCD$ 是菱形，O 是线段 BD 的中点，

所以 $OP\perp BD, OC\perp BD, OP\cap OC=O$，$BD\perp$ 平面 POC，$BD\subset$ 平面 BCD，

所以 $POC\perp$ 平面 BCD，所以 $POC\cap$ 平面 $BCD=OC$，

所以 PC 在平面 BCD 的射影为 OC，$\angle PCO$ 即 PC 与平面 BCD 所成角，

$PO=OC$，三角形 POC 是等腰三角形，

当 $\angle POC=60^\circ$ 时，PC 与平面 BCD 所成角为 60°，故 A 错误；

B 项：当 $PD=PC$ 时，取 CD 的中点 N，

可得 $CD\perp PN$，$CD\perp BN$，故 $CD\perp$ 平面 PBN，$PB\perp CD$，故 B 正确；

C 项：因为四边形 $ABCD$ 是菱形，O 是线段 BD 的中点，所以 $PO\perp BD$，$CO\perp BD$，

因为 BD 是平面 PBD 与平面 CBD 的交线，所以 $\angle POC$ 即平面 PBD 与平面 CBD 所成角，

因为二面角 $P-BD-C$ 的大小为 90°，所以 $\angle POC=90^\circ$，

因为 $PO=OC=\sqrt{3}$，所以 $PC=\sqrt{6}$，故 C 正确；

D 项：因为 $BN=\sqrt{3}$，所以如果 B 到平面 PDC 的距离为 $\sqrt{3}$，

则 $BN\perp$ 面 PCD，$PB=2$，$BN=\sqrt{3}$，$PN=1$，$DN=1$，则 $PD=\sqrt{2}$，不可能，故 D 错误，

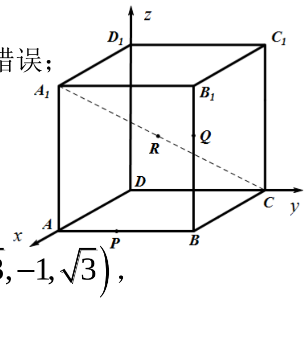
12.【解析】如图所示，建立空间直角坐标系，设 $P(2,a,0)$，$a\in\left[0,2\sqrt{3}\right]$，$Q\left(2,2\sqrt{3},b\right)$，$b\in[0,2]$，

设 $\overrightarrow{A_1R}=\lambda\overrightarrow{A_1C}$，得到 $R\left(2-2\lambda,2\sqrt{3}\lambda,2-2\lambda\right)$，$\lambda\in[0,1]$.

$\overrightarrow{D_1P}=(2,a,-2)$，$\overrightarrow{CQ}=(2,0,b)$，$\overrightarrow{D_1P}\cdot\overrightarrow{CQ}=4-2b$，当 $b=2$ 时，$D_1P\perp CQ$，A 正确；

$\overrightarrow{D_1R}=\left(2-2\lambda,2\sqrt{3}\lambda,-2\lambda\right)$，$\overrightarrow{D_1R}\cdot\overrightarrow{CQ}=2(2-2\lambda)-2\lambda b$，取 $\lambda=\dfrac{2}{2+b}$ 时，$D_1R\perp CQ$，B 正确；

$AR\perp A_1C$，则 $\overrightarrow{AR}\cdot\overrightarrow{A_1C}=\left(-2\lambda,2\sqrt{3}\lambda,2-2\lambda\right)\cdot\left(-2,2\sqrt{3},-2\right)=-2\lambda+12\lambda-4+4\lambda=0$，



$\lambda=\dfrac{1}{4}$，此时 $\overrightarrow{AR}\cdot\overrightarrow{D_1R}=\left(-\dfrac{1}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2},\dfrac{3}{2}\right)\cdot\left(\dfrac{3}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2},-\dfrac{1}{2}\right)=-\dfrac{3}{4}\neq 0$，$C$ 错误；

$A_1C=3A_1R$，则 $R\left(\dfrac{4}{3},\dfrac{2\sqrt{3}}{3},\dfrac{4}{3}\right)$，$\overrightarrow{D_1R}=\left(\dfrac{4}{3},\dfrac{2\sqrt{3}}{3},-\dfrac{2}{3}\right)$，

设平面 BDC_1 的法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$，则 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{BD}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{DC_1}=0\end{cases}$，解得 $\vec{n}=\left(\sqrt{3},-1,\sqrt{3}\right)$，

故 $\overrightarrow{D_1R}\cdot\vec{n}=0$，故 $D_1R//$ 平面 BDC_1，D 正确.

三、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，若有两空，则第一空 2 分，第二空 3 分.）

13. 2 14. 3 15. $2\sqrt{3}$ 20π 16. $\sqrt{3}-1,$ $\dfrac{2}{3}$

16.【解析】(1) 取空间中一组基底：$\overrightarrow{AB}=\vec{a},\overrightarrow{AD}=\vec{b},\overrightarrow{AA_1}=\vec{c}$，因为 $BD\perp AN$，所以 $\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{AN}=0$，

因为 $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}=\vec{b}-\vec{a},\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{A_1N}=\vec{c}+\lambda\vec{b}$，以 $\left(\vec{b}-\vec{a}\right)\cdot\left(\vec{c}+\lambda\vec{b}\right)=0$，

所以$\frac{1}{2}+\lambda-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\lambda}{2}=0$，所以$\lambda=\sqrt{3}-1$；

（2）在AD上取一点M_1使得$A_1N=AM_1$，连接M_1N,M_1M,M_1B，

因为$A_1N//AM_1$且$A_1N=AM_1$，所以$NB_1//M_1B,NB_1=M_1B$，

又因为$M_1B\not\subset$平面AB_1N，$NB_1\subset$平面AB_1N，所以$M_1B//$平面AB_1N，

又因为$BM//$平面AB_1N，且$BM\cap M_1B=B$，所以平面$M_1MB//$平面AB_1N，

所以$MM_1//$平面AB_1N，又因为平面$AA_1D_1D\cap$平面$AB_1N=AN$，且$MM_1\subset$平面AA_1D_1D，

所以$M_1M//AN$，所以$\triangle AA_1N\backsim\triangle MDM_1$，所以$\frac{A_1N}{DM_1}=\frac{AA_1}{MD}=\frac{\lambda A_1D_1}{(1-\lambda)A_1D_1}=2$，

所以$\lambda=\frac{2}{3}$.

四、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出必要文字说明、证明过程或演算步骤．第 17 小题满分 10 分，其他小题满分 12 分）

17.（本小题满分 10 分）

解：（Ⅰ）如图所示：取AC的中点O，连接OB，OD，因为$DA=DC$，所以$OD\perp AC$.

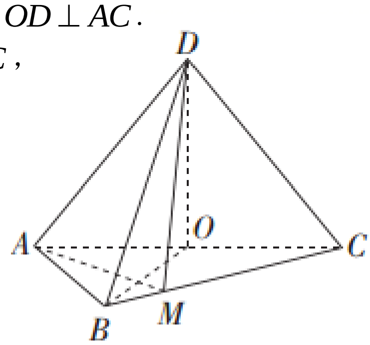
又因为平面$ADC\perp$平面ABC，且相交于AC，所以$OD\perp$平面ABC，

所以$OD\perp OB$.

因为$AB^2+BC^2=AC^2$，所以$AB\perp BC$，

所以$OB=OC$，所以$\triangle OBD\cong\triangle OCD$，

所以$DB=DC$，且M为BC的中点，所以$BC\perp DM$.



（Ⅱ）$V_{D-ABC}=\frac{1}{6}DO\cdot BC\cdot AB=\frac{8\sqrt{3}}{3}$，所以$V_{D-ABM}=\frac{8\sqrt{3}}{3}-2\sqrt{3}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

在$\triangle ABD$中，$S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times\sqrt{4^2-(\sqrt{2})^2}=2\sqrt{7}$，

设M到平面ABD的距离为h，则$\frac{1}{3}S_{\triangle ABD}\cdot h=V_{D-ABM}$，解得$h=\frac{\sqrt{21}}{7}$.

所以M到平面ABD的距离为$\frac{\sqrt{21}}{7}$.

18.（本小题满分 12 分）

解：（Ⅰ）由直方图知, 成绩在$[14,16)$内的人数为：$50\times(0.16+0.38)=27$（人）

所以该班成绩良好的人数为27人.

（Ⅱ）众数15.5，中位数15.73，平均数15.7

（Ⅲ）由直方图知，成绩在$[13,14)$的人数为3人，设为x,y,z；成绩在$[17,18]$的人数为4人，设为A,B,C,D.

若$m,n\in[13,14)$时，有xy,xz,yz共3种；若$m,n\in[17,18]$时，有AB,AC,AD,BC,BD,CD共6种

若m,n分别在$[13,14)$和$[17,18]$内时，共有$3\times4=12$中情况（如下）

	A	B	C	D
x	xA	xB	xC	xD
y	yA	yB	yC	yD
z	zA	zB	zC	zD

所以基本事件总数为21种，事件“$|m-n|>1$”所包含的基本事件个数有12种.

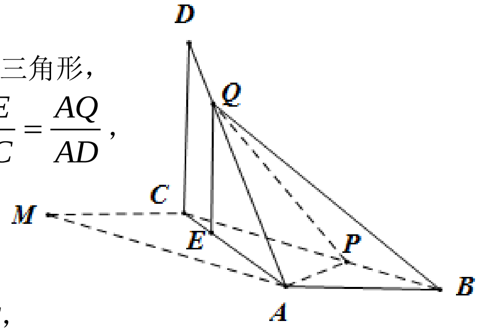
所以$P(|m-n|>1)=\frac{12}{21}=\frac{4}{7}$.

19.（本小题满分 12 分）

解：（Ⅰ）由已知可得，$\angle BAC=90^\circ$，即 $AB\perp AC$，

又 $AB\perp DA$，$AC\subset$平面 ACD，$AD\subset$平面 ACD，$AC\cap DA=A$，$\therefore AB\perp$平面 ACD，

又 $AB\subset$平面 ABC，$\therefore$平面 $ABC\perp$平面 ACD.



（Ⅱ）在平行四边形 $ABCM$ 中，$\angle ACM=90^\circ$，$\therefore \triangle ABC$ 为直角三角形，

如图，过点 Q 作 $QE\perp AC$，垂足为 E，则 $QE//DC$，$\dfrac{QE}{DC}=\dfrac{AQ}{AD}$，

$\because DQ=\dfrac{1}{4}DA$，$\therefore \dfrac{QE}{DC}=\dfrac{AQ}{AD}=\dfrac{3}{4}$，

$\because DC=CM=AB=4$，$\therefore QE=3$，

由已知及（Ⅰ）可得，$DC\perp$平面 ABC，$\therefore QE\perp$平面 ABC，

$\because BP=\dfrac{1}{4}AD=\dfrac{1}{4}BC$，$AB=AC=4$，$\therefore S_{\triangle ABP}=\dfrac{1}{4}S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{4}\times\dfrac{1}{2}\times4\times4=2$，

所以三棱柱 $Q-ABP$ 的体积为 $V_{Q-ABP}=\dfrac{1}{3}S_{\triangle ABP}\cdot QE=\dfrac{1}{3}\times2\times3=2$.

20.（本小题满分 12 分）

解：（Ⅰ）设事件 A 为“抽出的 2 组数据恰好是相邻两个月的数据”，

所有的基本事件 (m,n)（其中 m，n 表示月份）有：

$(1,2)$，$(1,3)$，$(1,4)$，$(1,5)$，$(2,3)$，$(2,4)$，$(2,5)$，$(3,4)$，$(3,5)$，$(4,5)$，共 10 种，

其中事件 A 包含的基本事件有 $(1,2)$，$(2,3)$，$(3,4)$，$(4,5)$，共 4 种，

$\therefore P(A)=\dfrac{4}{10}=\dfrac{2}{5}$.

（Ⅱ）由题意，可得 $\bar{x}=\dfrac{1}{5}\times(1+2+3+4+5)=3$，$\bar{y}=\dfrac{1}{5}\times(4+4+5+6+6)=5$，

$\sum\limits_{i=1}^{5}x_iy_i=1\times4+2\times4+3\times5+4\times6+5\times6=81$，$\sum\limits_{i=1}^{5}{x^2}_i=1^2+2^2+3^2+4^2+5^2=55$，

所以 $\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{x=1}^{5}x_iy_i-5\overline{xy}}{\sum\limits_{i=1}^{5}{x^2}_i-5\bar{x}^2}=\dfrac{81-5\times3\times5}{55-5\times9}=0.6$，则 $a=\bar{y}-\hat{b}x=5-0.6\times3=3.2$，

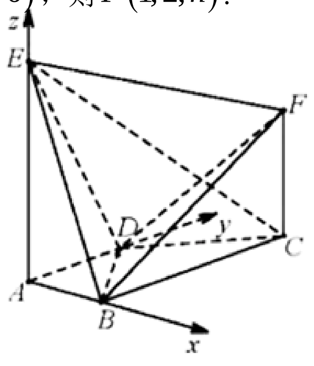
所以回归直线的方程为 $y=0.6x+3.2$．当 $x=6$ 时，$y=6.8$.

故今年 6 月份该种产品的产量大约为 6.8 万件.

21.（本小题满分 12 分）

解：依题意，可以建立以 A 为原点，分别以 $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}$ 的方向为 x,y,z 轴正方向的空间直角坐标系(如图)，

可得 $A(0,0,0),B(1,0,0),C(1,2,0),D(0,1,0),E(0,0,2)$．设 $CF=h(h>0)$，则 $F(1,2,h)$.



（Ⅰ）依题意，$\overrightarrow{AB}=(1,0,0)$ 是平面 ADE 的法向量，

又 $\overrightarrow{BF}=(0,2,h)$，可得 $\overrightarrow{BF}\cdot\overrightarrow{AB}=0$，

又因为直线 $BF\not\subset$平面 ADE，所以 $BF//$平面 ADE.

（Ⅱ）依题意，$\overrightarrow{BD}=(-1,1,0)$，$\overrightarrow{BE}=(-1,0,2)$，$\overrightarrow{CE}=(-1,-2,2)$，

设 $\vec{n}=(x,y,z)$ 为平面 BDE 的法向量，

则 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{BD}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{BE}=0\end{cases}$，即 $\begin{cases}-x+y=0\\ -x+2z=0\end{cases}$，不妨令 $z=1$，可得 $\vec{n}=(2,2,1)$，

因此有$\cos\langle\overrightarrow{CE},\vec{n}\rangle=\dfrac{\overrightarrow{CE}\cdot\vec{n}}{|\overrightarrow{CE}||\vec{n}|}=-\dfrac{4}{9}$. 所以，直线$CE$与平面$BDE$所成角的正弦值为$\dfrac{4}{9}$.

（III）设$\overrightarrow{m}=(x,y,z)$为平面 BDF 的法向量，则$\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{BD}=0\\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{BF}=0\end{cases}$，即$\begin{cases}-x+y=0\\ 2y+hz=0\end{cases}$.

不妨令$y=1$，可得$\overrightarrow{m}=\left(1,1,-\dfrac{2}{h}\right)$.

由题意，有$\left|\cos\left\langle\vec{m},\vec{n}\right\rangle\right|=\dfrac{\left|\vec{m}\cdot\vec{n}\right|}{\left|\vec{m}\right|\times\left|\vec{n}\right|}=\dfrac{\left|4-\dfrac{2}{h}\right|}{3\sqrt{2+\dfrac{4}{h^2}}}=\dfrac{1}{3}$，解得$h=\dfrac{8}{7}$. 经检验，符合题意.

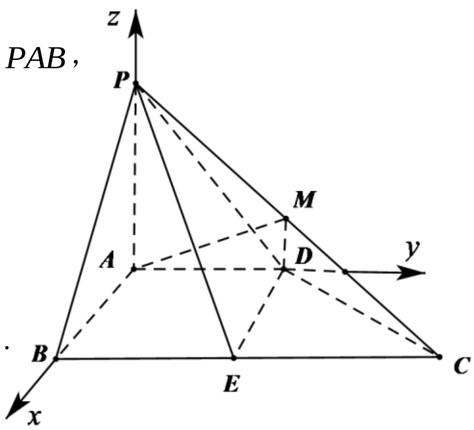
所以，线段CF的长为$\dfrac{8}{7}$.

22.（本小题满分 12 分）

解：（Ⅰ）因为$PA\perp$平面$ABCD$，所以$PA\perp AD,PA\perp AB$，而$AB\perp AD$，

所以PA,AB,AD两两垂直.以A为空间坐标原点建立空间直角坐标系如下图所示.

则$P(0,0,2),B(2,0,0),D(0,2,0),C(2,4,0),M(1,2,1)$，



由于$AD\perp PA,AD\perp AB,PA\cap AB=A$，所以$AD\perp$平面$PAB$，

所以$\overrightarrow{AD}=(0,2,0)$是平面$PAB$的法向量.

由于$\overrightarrow{DM}=(1,0,1)$，$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{DM}=0$，

又因为$DM\not\subset$平面PAB，所以$DM\,//$平面PAB

（Ⅱ）设平面ADM的法向量为$\overrightarrow{n_1}=(x_1,y_1,z_1)$，

则$\begin{cases}\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{AD}=2y_1=0\\ \overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{AM}=x_1+2y_1+z_1=0\end{cases}$，令$x_1=1$，则$\overrightarrow{n_1}=(1,0,-1)$.

设平面PBC的法向量为$\overrightarrow{n_2}=(x_2,y_2,z_2)$，

则$\begin{cases}\overrightarrow{n_2}\cdot\overrightarrow{BP}=-2x_2+2z_2=0\\ \overrightarrow{n_2}\cdot\overrightarrow{BC}=4y_2=0\end{cases}$，令$x_2=1$，则$\overrightarrow{n_2}=(1,0,1)$.

所以$\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}=1-1=0$，所以平面$ADM\perp$平面$PBC$.

（III）设$E(2,a,0)$，$0<a\le 4$，依题意可知平面BDE的法向量为$\overrightarrow{AP}=(0,0,2)$，

设平面PDE的法向量为$\overrightarrow{n_3}=(x_3,y_3,z_3)$，

则$\begin{cases}\overrightarrow{n_3}\cdot\overrightarrow{DP}=-2y_3+2z_3=0\\ \overrightarrow{n_3}\cdot\overrightarrow{DE}=2x_3+(a-2)y_3=0\end{cases}$，令$z_3=1$，则$\overrightarrow{n_3}=\left(\dfrac{2-a}{2},1,1\right)$.

因为二面角$P-DE-B$的余弦值为$\dfrac{2}{3}$，所以$\left|\cos\left\langle\overrightarrow{AP},\overrightarrow{n_3}\right\rangle\right|=\left|\dfrac{\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{n_3}}{\left|\overrightarrow{AP}\right|\cdot\left|\overrightarrow{n_3}\right|}\right|=\dfrac{2}{3}$，

即$\dfrac{2}{2\times\sqrt{\left(\dfrac{2-a}{2}\right)^2+1+1}}=\dfrac{2}{3}$，解得$a=1$或$a=3$.

所以存在λ符合题意，且$\lambda=\dfrac{BE}{EC}=\dfrac{1}{3}$，或$\lambda=\dfrac{BE}{EC}=3$.