

泉州七中 2021-2022 学年度高二上数学周练 (7)

命题人 陈细敏 审核人 张丽英

一、选择题 (本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.)

1. 空间直角坐标系下, 点 $M(-2,1,3)$ 关于 x 轴对称的点的坐标为 ()
 A. $(-2,1,3)$ B. $(-2,-1,-3)$ C. $(2,1,-3)$ D. $(-2,1,-3)$
2. 已知两异面直线的方向向量分别为 \vec{a}, \vec{b} , 且 $|\vec{a}|=|\vec{b}|=1, \vec{a} \cdot \vec{b} = -\frac{1}{2}$, 则两直线的夹角为 ()
 A. 30° B. 60° C. 120° D. 150°
3. 已知直线 $l_1: x + my + 1 = 0$ 和 $l_2: mx + 4y + 2 = 0$ 互相平行, 则实数 m 的值为 ()
 A. -2 B. 2 C. ± 2 D. 2 或 4
4. 在三棱锥 $O-ABC$ 中, 设 $\vec{OA} = \vec{a}, \vec{OB} = \vec{b}, \vec{OC} = \vec{c}$, 若 $\vec{AN} = \vec{NB}, \vec{BM} = 2\vec{MC}$, 则 $\vec{MN} =$ ()
 A. $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{6}\vec{b} - \frac{2}{3}\vec{c}$ B. $\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{6}\vec{b} + \frac{2}{3}\vec{c}$ C. $\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{6}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{c}$ D. $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{6}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c}$
5. 直线 $x \sin \alpha - y + 2 = 0$ 的倾斜角的取值范围是 ()
 A. $[0, \pi]$ B. $[0, \frac{\pi}{4}] \cup [\frac{3\pi}{4}, \pi)$ C. $[0, \frac{\pi}{4}]$ D. $[0, \frac{\pi}{4}] \cup (\frac{\pi}{2}, \pi)$
6. 已知定点 $P(-2,0)$ 和直线 $l: (1+3\lambda)x + (1+2\lambda)y = 2+5\lambda (\lambda \in \mathbb{R})$, 则点 P 到直线 l 的距离的最大值为 ()
 A. $2\sqrt{3}$ B. $\sqrt{10}$ C. $\sqrt{14}$ D. $2\sqrt{15}$
7. 已知在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, P, M 为空间任意两点, 如果 $\vec{PM} = \vec{PB}_1 + 7\vec{BA} + 6\vec{AA}_1 - 4\vec{A_1D_1}$, 那么点 M 必 ()
 A. 在平面 BAD_1 内 B. 在平面 BA_1D 内 C. 在平面 BA_1D_1 内 D. 在平面 AB_1C_1 内
8. 阅读材料: 空间直角坐标系 $O-xyz$ 中, 过点 $P(x_0, y_0, z_0)$ 且一个法向量为 $\vec{n} = (a, b, c)$ 的平面 α 的方程为 $a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0$; 过点 $P(x_0, y_0, z_0)$ 且一个方向向量为 $\vec{d} = (u, v, w) (uvw \neq 0)$ 的直线 l 的方程为 $\frac{x-x_0}{u} = \frac{y-y_0}{v} = \frac{z-z_0}{w}$. 利用上面的材料, 解决下面的问题: 已知平面 α 的方程为 $3x - 5y + z - 7 = 0$, 直线 l 是平面 $x - 3y + 7 = 0$ 与 $4y + 2z + 1 = 0$ 的交线, 则直线 l 与平面 α 所成角的正弦值为 ()

- A. $\frac{\sqrt{10}}{35}$ B. $\frac{\sqrt{7}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{7}}{15}$ D. $\frac{\sqrt{14}}{55}$

二、多选题（本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，有选错的得0分，部分选对的得2分）.

9. 下列说法不正确的是（ ）

A. $\frac{y-y_1}{x-x_1}=k$ 不能表示过点 $M(x_1, y_1)$ 且斜率为 k 的直线方程;

B. 在 x 轴、 y 轴上的截距分别为 a, b 的直线方程为 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$;

C. 直线 $y=kx+b$ 与 y 轴的交点到原点的距离为 b ;

D. 设 $A(-2,2), B(1,1)$, 若直线 $l: ax+y+1=0$ 与线段 AB 有交点, 则 a 的取值范围是 $(-\infty, -2]$

10. 瑞士数学家欧拉 (Leonhard Euler) 1765 年在其所著的《三角形的几何学》一书中提出: 任意三角形的外心、重心、垂心在同一条直线上, 且重心到外心的距离是重心到垂心距离的一半, 后人称这条直线为欧拉线. 已知 $\triangle ABC$ 的顶点 $A(-4,0), B(0,4)$, 其欧拉线方程为

$x-y+2=0$, 则顶点 C 的坐标可以是（ ）

- A. (2,0) B. (0,2) C. (-2,0) D. (0,-2)

11. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$, 下列说法中正确的是（ ）

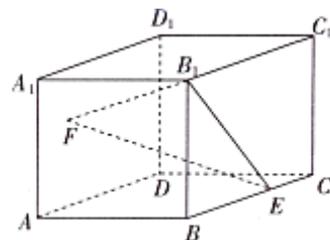
A. $(\vec{A_1A} + \vec{A_1D_1} + \vec{A_1B_1})^2 = 3\vec{A_1B_1}^2$ B. $\vec{A_1C} \cdot (\vec{A_1B_1} - \vec{A_1A}) = 0$

C. 向量 $\vec{AD_1}$ 与向量 $\vec{A_1B}$ 的夹角是 60° D. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的体积为 $|\vec{AB} \cdot \vec{AA_1} \cdot \vec{AD}|$

12. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $BC=2AB=2BB_1=6$, 点 E 为棱 BC 上靠近点 C 的三等分点, 点 F 是长方形 ADD_1A_1 内一动点 (含边界), 且直线 B_1F, EF 与平面 ADD_1A_1 所成角的大小相等, 则（ ）

A. $A_1F \parallel$ 平面 BCC_1B_1 B. 三棱锥 $F-BB_1E$ 的体积为 4

C. 存在点 F , 使得 $A_1F \parallel B_1E$ D. 线段 A_1F 的长度的取值范围为 $[\frac{5}{2}, \frac{25}{8}]$



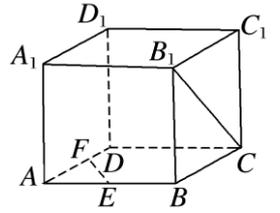
三、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分，若有两空，则第一空2分，第二空3分。）

13. 若向量 $\vec{a} = (-1, x, 5)$ 与 $\vec{b} = (2x, -8, y)$ 共线, 且方向相同, 则 $x =$ _____

14. 已知 $a > 0, b > 0$, 直线 $l_1: (a-1)x + y - 1 = 0$, $l_2: x + 2by + 1 = 0$, 且 $l_1 \perp l_2$, 则 $\frac{2}{a} + \frac{1}{b}$ 的最小值

为_____

15. 如图所示，在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E 为线段 AB 的中点，点 F 在线段 AD 上移动，异面直线 B_1C 与 EF 所成角最小时，其余弦值为_____



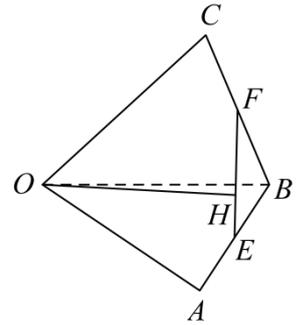
16. 在空间四边形 $OABC$ 中， E, F 分别是 AB, BC 的中点， H 是 EF 上一点，

且 $EH = \frac{1}{3}EF$. 记 $\vec{OH} = x\vec{OA} + y\vec{OB} + z\vec{OC}$, 则有序数对 $(x, y, z) =$ _____, 若 $\vec{OA} \perp \vec{OB}$,

$\vec{OA} \perp \vec{OC}$, $\angle BOC = \frac{\pi}{3}$, 且 $|\vec{OA}| = |\vec{OB}| = |\vec{OC}| = 1$, 则 $|\vec{OH}|$ _____.

四、解答题 (本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出必要文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17 小题满分 10 分, 其他小题满分 12 分)

17. 已知 $\triangle ABC$ 的顶点 $A(4, 2)$, AB 边上的中线 CM 所在直线方程为 $x - y - 3 = 0$, AC 边上的高 BH 所在直线方程为 $x + 2y - 2 = 0$. 求



(1) 顶点 C 的坐标; (2) 求点 B 到直线 AC 的距离.

18. 已知直线 l 经过点 $P(3, 2)$.

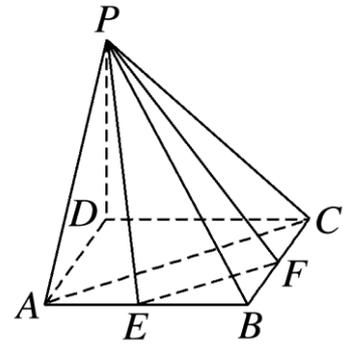
(I) 若直线 l 与直线 $3x - 2y - 1 = 0$ 垂直, 求直线 l 的方程;

(II) 若直线 l 在 x 轴上的截距是 y 轴上的截距 3 倍, 求直线 l 的方程;

(III) 若直线 l 与 x 轴、 y 轴的正半轴分别相交于 A, B 两点, 求当 $\triangle AOB$ 的面积取得最小值时直线 l 的方程.

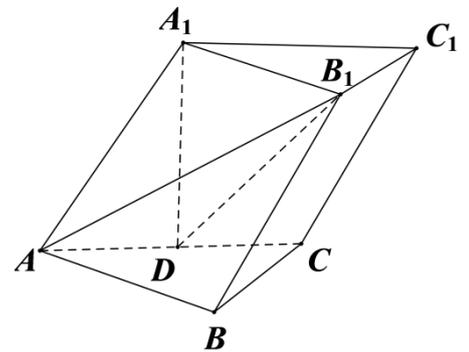
19. 如图，已知正方形 $ABCD$ 的边长为 1， $PD \perp$ 平面 $ABCD$ ，且 $PD=1$ ， E, F 分别为 AB, BC 中点.

- (1) 求点 D 到平面 PEF 的距离；
 (2) 求直线 AC 到平面 PEF 的距离.



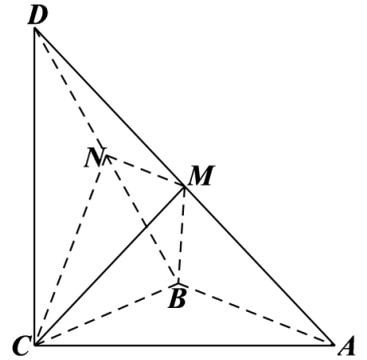
20. 如图，在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， $AB = BC = \sqrt{2}$ ， $AC = 2$ ， $AA_1 = \sqrt{5}$ ，顶点 A_1 在底面 ABC 内的射影恰好是线段 AC 的中点 D .

- (1) 证明： $BC \perp$ 平面 A_1B_1D . (2) 求二面角 $A - A_1B_1 - D$ 的余弦值.



21. 如图，在三棱锥 $D-ABC$ ， $AB \perp BD$ ， $BC \perp CD$ ， M, N 分别是线段 AD, BD 的中点， $MC = 1, AB = BD = \sqrt{2}$ ，二面角 $D-BA-C$ 的大小为 60° 。

(1) 证明：平面 $MNC \perp$ 平面 BCD ；(2) 求直线 BM 和平面 MNC 所成角的正弦值。



22. 如图, 在四棱台 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面为矩形, 平面 $AA_1D_1D \perp$ 平面 CC_1D_1D , 且 $CC_1 = CD = D_1D = \frac{1}{2}C_1D_1 = 1$.

(1) 证明: $AD \perp$ 平面 CC_1D_1D ;

(2) 若 A_1C 与平面 CC_1D_1D 所成角为 $\frac{\pi}{3}$, 求二面角 $C - AA_1 - D$ 的余弦值.

